



Extraction de modèles thermiques simplifiés des machines électriques à partir d'un calcul du champ de températures

Mohand Laïd Idoughi

► To cite this version:

Mohand Laïd Idoughi. Extraction de modèles thermiques simplifiés des machines électriques à partir d'un calcul du champ de températures. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2011. Français. NNT : 2011PA112291 . tel-00664666

HAL Id: tel-00664666

<https://theses.hal.science/tel-00664666>

Submitted on 31 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE : Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes (STITS)

Laboratoire de génie électrique de Paris

DISCIPLINE PHYSIQUE

THÈSE DE DOCTORAT

soutenue le 09/12/2011

par

Mohand Laïd IDOUGHI

Extraction de modèles thermiques simplifiés des machines électriques à partir d'un calcul du champ de températures

Directeur de thèse :

Frédéric BOUILLAUT

Professeur à l'université Paris-Sud

Composition du jury :

Président du jury :

Rapporteurs :

Examineurs :

Membres invités :

Mohamed GABSI

Guy CLERC

Patrick LAGONOTTE

M. Xavier MININGER

Didier TRICHET

Sonia DHOKKAR

Professeur à l'école normale supérieure de Cachan

Professeur à l'université Claude Bernard

Directeur de centre de recherche de l'armée de l'air

Maitre de conférences HDR à l'université Paris-Sud

Maitre de conférences à l'université de Nantes

Ingénieur à Hispano-Suiza

Remerciements

Le moment est venu pour remercier les personnes ayant contribué de loin ou de près au bon déroulement de ma thèse durant les trois dernières années.

En préambule, je tiens à remercier M. Mohamed Gabsi pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma thèse. Je remercie également M. Patrick Lagonotte et M. Guy Clerc pour l'honneur qu'ils m'ont fait pour avoir rapporté ce travail. Je suis très reconnaissant de la rigueur à laquelle vous avez étudié mon travail et de l'ensemble critiques scientifiques formulées dans vos rapports. Que M. Didier Trichet et Mme. Sonnia Dhokkar reçoivent mes sincères remerciements pour m'avoir honoré de leurs présences en acceptant d'être membre de Jury.

J'exprime ma profonde reconnaissance à M. Frédéric Bouillault mon directeur de thèse qui a su diriger cette thèse. Je le remercie sincèrement pour ses conseils et ses analyses pertinentes pour mener à bien ce travail. Ma reconnaissance va également à M. Xavier Mininger qui a suivi de plus près le déroulement de ma thèse. Il s'est investi avec une grande attention dans ce travail et m'a offert un bon encadrement avec ses bonnes qualités scientifiques et humaines. J'ai eu beaucoup de plaisir d'avoir collaboré ensemble tout au long de ma thèse.

Cette thèse s'est déroulée dans de bonnes conditions au sein de l'équipe ICHAMS, dirigée par Lionel Pichon, dans le département MOCOSEM mené par M. Adel Razek et M. Claude Marchand. Qu'ils reçoivent mes sincères remerciements.

J'adresse mes remerciements à mes collègues (Laurent Bernard, Romain Corcolle, Guillaume Krebs, Yves Bernard...etc.) pour leurs conseils scientifiques et leurs soutiens que j'ai reçus durant ma thèse.

Durant ces trois années de thèse, j'ai partagé d'agréables moments soit pendant les pauses au point K, au déjeuner au Cesfo ou alors dans d'autres circonstances. Je remercie particulièrement mes amis Andras, Trang, Romain, Valentin, Lotfi, Yahia pour avoir assuré une bonne ambiance au sein du LGEP.

Que ma chère famille et mes chers cousins reçoivent mes sincères remerciements pour leurs soutiens et leurs encouragements durant mes quelques années d'études.

Enfin, un grand merci à ma chère amie que je dirai ici « Tafroukhtiwt » comme on le dit chez nous en Kabylie pour exprimer ma tendresse. Elle a su partager des moments aussi agréables que difficiles durant ma thèse et a apporté beaucoup d'encouragement pour terminer ma thèse dans de meilleures conditions.

TABLES DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I :ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	5
I.1 INTRODUCTION.....	7
I.2 MATERIAUX MAGNETIQUES POUR L'ELECTROTECHNIQUE.....	8
I.2.1 PHYSIQUE DES MATERIAUX MAGNETIQUES.....	8
I.2.2 EFFET DE LA TEMPERATURE SUR LES PROPRIETES MAGNETIQUES DES MATERIAUX ...	11
I.2.2.1 Matériaux purs.....	11
I.2.2.2 Alliages ferromagnétiques.....	12
I.2.2.3 Matériaux durs (aimant permanents).....	20
I.3 MODES DE TRANSFERTS DE CHALEUR DANS LES MACHINES ELECTRIQUES	23
I.3.1 TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION	23
I.3.2 TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION	24
I.3.3 TRANSFERT DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT	27
I.4 OUTILS DE MODELISATION THERMIQUE.....	28
I.4.1 METHODE NODALE	28
I.4.2 METHODE DES ELEMENTS FINIS	29
I.5 PERTES DANS LES MACHINES ELECTRIQUES.....	32
I.5.1 LES PERTES PAR EFFET JOULE.....	32
I.5.2 LES PERTES FER	33
I.5.3 LES PERTES MECANQUES	34
I.6 CONCLUSION	35
I.1 BIBLIOGRAPHIE	36
CHAPITRE II : HOMOGENEISATION ET ETUDE DES REPARTITIONS DES	
CONDUCTEURS DANS L'ENCOCHE.....	39
II.1 INTRODUCTION.....	41
II.2 HOMOGENEISATION THERMIQUE DU BOBINAGE DES MACHINES	
ELECTRIQUES	43
II.2.1 CONDUCTIVITE THERMIQUE EQUIVALENTE DANS LE CAS DES REPARTITIONS	
REGULIERES.....	43
II.2.2 CONDUCTIVITE THERMIQUE EQUIVALENTE DANS LE CAS D'UNE REPARTITION	
ALEATOIRE	46
II.2.2.1 Conductivité thermique équivalente d'un milieu à deux phases.....	46
II.2.2.2 Conductivité thermique équivalente d'un milieu à trois phases.....	49
II.2.3 COMPARAISON DES PROPRIETES THERMIQUES POUR DES DIFFERENTES	
MICROSTRUCTURES A DEUX PHASES	52
II.3 ETUDE THERMIQUE D'UNE ENCOCHE STATORIQUE DES MACHINES	
ELECTRIQUES	53

II.3.1	CONDUCTIVITE THERMIQUE EQUIVALENTE DU BOBINAGE	53
II.3.2	ETUDE THERMIQUE DE L'ENCOCHE DANS LE CAS D'UNE REPARTITION EN CARRE.....	54
II.3.2.1	Obtention des conductivités effectives	54
II.3.2.2	Vérification de la technique d'homogénéisation dans le cas d'une répartition en carré	55
II.3.3	ETUDE THERMIQUE DE L'ENCOCHE DANS LE CAS D'UNE REPARTITION EN QUINCONCE	60
II.3.3.1	Obtention des conductivités thermiques effectives	60
II.3.3.2	Vérification de la technique d'homogénéisation dans le cas d'une répartition en quinconce	61
II.3.4	ETUDE THERMIQUE DE L'ENCOCHE DANS LE CAS D'UNE REPARTITION ALEATOIRE ...	63
II.3.4.1	Obtention de la conductivité thermique effective	63
II.3.4.2	Vérification de la technique d'homogénéisation dans le cas d'une répartition aléatoire	64
II.3.5	COMPARAISON THERMIQUE DES DIFFERENTES REPARTITIONS DES CONDUCTEURS	66
II.3.5.1	Conductivités thermiques équivalentes des différentes répartitions	66
II.3.5.2	Températures maximales et moyennes des différentes répartitions des conducteurs dans l'encoche.....	68
II.4	ETUDE THERMIQUE DES DIMENSIONS GEOMETRIQUES DES CONDUCTEURS	73
II.4.1	VARIATION DES RAYONS DES CONDUCTEURS RONDS.....	73
II.4.2	VARIATION DES ARETES DES CONDUCTEURS CARRES	75
II.4.3	COMPARAISON THERMIQUE ENTRE LES CONDUCTEURS RONDS ET CARRES	78
II.5	CONCLUSION	80
II.6	BIBLIOGRAPHIE	81
CHAPITRE III : MODELE THERMIQUE EQUIVALENT D'UNE ENCOCHE STATORIQUE		85
III.1	INTRODUCTION.....	87
III.2	PRESENTATION DE LA FIT (FINITE INTEGRATION TECHNIQUE)	89
III.2.1	DISCRETISATION SPATIALE.....	89
III.2.1.1	Maillage primal	89
III.2.1.2	Maillage dual.....	90
III.2.2	DISCRETISATION DES OPERATEURS MATHEMATIQUES	91
III.2.2.1	Opérateur gradient discret	91
III.2.2.2	Opérateur divergence discret.....	91
III.3	MODELE THERMIQUE EQUIVALENT D'UNE ENCOCHE STATORIQUE.....	92
III.3.1	MISE EN PLACE DU SYSTEME MATRICIEL DES EQUATIONS THERMIQUES DE CONDUCTION	92
III.3.2	HYPOTHESE CONSIDERANT LE BORD DE L'ENCOCHE ISOTHERME.....	94
III.3.3	HYPOTHESE CONSIDERANT LE BORD DE L'ENCOCHE ISOTHERME PAR MORCEAU	99
III.4	MODELE THERMIQUE EQUIVALENT DU FER STATORIQUE	101
III.5	ASSOCIATION DES MODELES ENCOCHE /FER	106
III.6	COMPARAISON DES MODELES THERMIQUES AUX CALCULS ELEMENTS FINIS	107

III.6.1 ENCOCHE STATORIQUE DE GEOMETRIE SIMPLE.....	107
III.6.1.1 Encoche sans fer statorique	107
III.6.1.2 Encoche avec fer statorique.....	109
III.6.2 ENCOCHE STATORIQUE DE GEOMETRIE COMPLEXE SANS PERTES FER	111
III.6.2.1 Encoche sans fer statorique	113
III.6.2.2 Encoche avec fer statorique.....	114
III.6.2.3 Influence de la densité de maillage sur les paramètres thermiques.....	115
III.6.3 INTEGRATION DES PERTES FER DANS LE MODELE THERMIQUE DE LA MCF.....	117
III.7 CONCLUSION	121
III.8 BIBLIOGRAPHIE	123
CONCLUSION GENERALE	125
ANNEXES.....	131
ANNEXE A.....	133
ANNEXE B.....	138
ANNEXE C.....	140

Nomenclature

Symboles latins

a	diffusivité thermique
a	arête du maillage primal
\tilde{a}	arête du maillage dual
A_G	matrice globale associée à toutes les températures
A_i	matrice associée aux températures inconnues
A_f	matrice associée aux températures supposées connues
B	module de l'induction magnétique
B_{sat}	module de l'induction à saturation
B_r	module de l'induction rémanente
B_{max}	module de l'induction maximale
C_{cu}	capacité massique du cuivre
C_{re}	capacité massique de résine
C_b	capacité massique équivalente du bobinage
C_{eq}	capacité thermique équivalente
C_f	coefficient de frottement
D_h	diamètre hydraulique
\tilde{D}	matrice divergence
D_{RC}	matrice diagonalisée
e	largeur de l'entrefer
e	épaisseur de la couche isolante des conducteurs
e_p	épaisseur de la tôle
f	fréquence de l'alimentation
f	facette du maillage primal
F_g	facteur géométrique
g	accélération
G	grille primale
G	matrice de gradient
G	conductance thermique
h	coefficient de convection
h	circulation du gradient
H	module du champ magnétique
H_c	module du champ magnétique coercitif
I	courant électrique
I	vecteur dont les éléments sont tous égaux à 1
J	densité de courant électrique
K_b	coefficient du bobinage
L	longueur des conducteurs
L_e	longueur de l'encoche
L_{ji}	longueur de entre deux nœuds (j) et (i)
m	masse d'un matériau
N	nombre de conducteurs
N_u	nombre de Nusselt
P	vecteur de pertes

P_f	pertes fer
P_J	pertes Joule
P_{hyst}	pertes par hystérésis
P_{cf}	pertes par courants de Foucault
r_i	rayon interne du stator
r_e	rayon externe du stator
r_e	rayon externe du stator
R	résistance électrique
R_e	nombre de Reynolds
S_c	section des conducteurs
S_e	section de l'encoche
T	température
T_a	nombre de Taylor
v	vitesse du fluide
V	volume d'un matériau

Symboles grecs

α	coefficient caractéristique lié à la température d'un matériau
β	coefficient d'expansion thermique
δ	épaisseur de peau
ε	émissivité d'une surface
λ	conductivité thermique
ρ	résistivité électrique
ρ	masse volumique
σ	constante de Stefan-Boltzmann
φ	densité de flux de chaleur
ϕ	flux de chaleur
ν	viscosité cinématique
ζ	paramètre micro structurel
τ	taux de remplissage
Δ	écart entre deux grandeurs
μ	viscosité dynamique
μ	perméabilité absolue
μ_r	perméabilité relative
ω	vitesse angulaire

Introduction générale

Introduction générale

La tendance actuelle en avionique est de se diriger vers des systèmes plus électriques comme pour d'autres dispositifs de transport, notamment pour le remplacement des équipements hydrauliques par des équipements électriques [1]. Plusieurs raisons expliquent cette tendance : d'une part l'objectif principal est de réduire la masse globale de l'avion. De plus, les progrès de l'électronique de puissance associée aux actionneurs électriques permettent des conversions d'énergie électrique plus performantes. Ces moteurs offrent aussi une grande souplesse de contrôle. Dans la perspective d'un avion plus électrique, approximativement, un tiers des actionneurs sont désormais à énergie électrique.

Parmi ces actionneurs, ceux des freins d'avions sont soumis à des environnements sévères en particulier à des températures de l'ordre de 150 °C avec des fonctionnements intermittents à 200 °C. Le projet SEFORA (Smart EMA For Operations in Rough Atmospheres) réunit plusieurs partenaires industriels (Hispano-Suiza, Messier-Bugatti, Sermat...) et académiques (SATIE, INRETS, SUPELEC, GREEN...) dans le cadre duquel s'inscrit cette thèse. Le but est de repousser les limites de température des « Smart Actuators » au niveau des électroniques et des actionneurs électromécaniques, en se focalisant sur leurs fiabilités à ces hautes températures. Les équipements ciblés dans le projet sont des actionneurs d'une puissance de l'ordre 2 KVA tels que les commandes de géométries variables optimisant le fonctionnement des réacteurs d'avions et les actionneurs de freins d'avions. Une autre application concernant la réalisation d'actionneurs électriques de l'ordre de 2 kVA pour la recherche pétrolière présente un objectif similaire de fonctionnement dans des conditions d'ambiante pouvant atteindre 200 °C.

Les actionneurs électriques doivent se conformer aux contraintes thermiques pour assurer et conserver un rendement optimum. Les matériaux magnétiques utilisés dans les tôles des machines électriques sont en particulier mis en jeu. En effet, les températures élevées causent des dégradations des propriétés magnétiques de ces matériaux. Le choix d'un matériau magnétique pour notre application doit être alors défini sur un critère à contrainte thermique tout en assurant de hautes performances magnétiques.

L'élévation de la température a pour conséquence d'accélérer le vieillissement de certaines parties de la machine sensibles à la température. Au-delà d'une température critique une augmentation de la température de 6 à 10 °C peut réduire de moitié la durée de vie d'une machine électrique. Une température élevée maintenue prolongée endommage le système d'isolation des enroulements. De plus, le point chaud est généralement atteint dans le bobinage ce qui accroît la défaillance des isolants électriques. Par conséquent, il est nécessaire de mettre en place des modèles décrivant finement le comportement thermique du bobinage et des matériaux magnétiques qui l'entourent. L'objectif est ensuite d'intégrer ces modèles dans des outils de conception des machines électriques et tenir compte du niveau d'échauffement de la machine. Cependant, les travaux réalisés sur la modélisation thermique des machines électriques ont montré que le bobinage présente des difficultés particulières. En effet, sa structure hétérogène composée de plusieurs matériaux complique la détermination de la valeur du point chaud. Sachant que la température maximale dépend principalement des conductivités thermiques des matériaux utilisés et de la structure de la machine, le recours aux techniques d'homogénéisation des propriétés thermiques du bobinage semble alors indispensable. En effet, l'homogénéisation permet de représenter l'ensemble des conducteurs par un seul matériau homogène équivalent afin de reproduire un comportement thermique

similaire au cas réel du bobinage. Cette démarche est aussi suivie dans le but de développer des modèles thermiques analytiques facilement exploitables pour réduire le temps de calcul en comparaison des méthodes numériques tels que les éléments finis.

C'est dans ce contexte que le travail présenté dans ce mémoire vise à étudier le comportement thermique des machines électriques. Dans le cadre du projet SEFORA, le premier travail à fournir concerne une recherche bibliographique sur les propriétés thermiques des matériaux magnétiques. Le but est de cerner l'influence de la température sur les principales caractéristiques magnétiques des alliages ferromagnétiques utilisés dans la fabrication des tôles. Ceci doit permettre d'effectuer une synthèse sur les limites des matériaux ferromagnétiques en haute température afin de retenir les solutions adaptées à un fonctionnement dans ces conditions. Le thème principal de ce travail est de développer ensuite des modèles décrivant finement les comportements thermiques du bobinage et des matériaux magnétiques. Ces modèles basés sur les techniques d'homogénéisation permettent d'extraire un modèle thermique simple sous forme d'un circuit RC pour déterminer une température désirée, en particulier la température maximale.

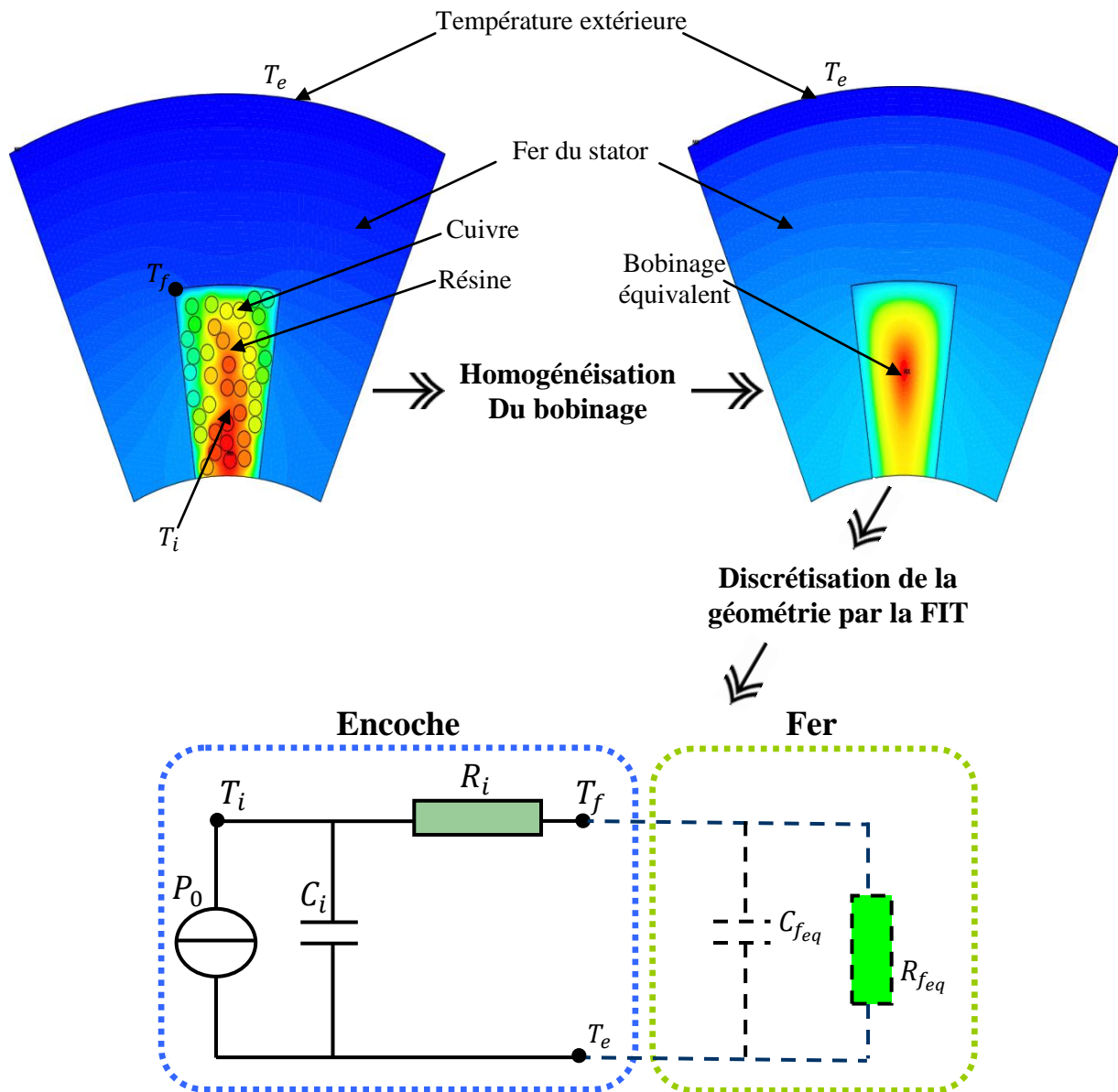


Figure. 1. Démarche retenue pour l'obtention d'un modèle thermique équivalent du stator

Ce manuscrit propose alors en première partie une étude bibliographique de l'effet de la température sur les propriétés magnétiques des matériaux ferromagnétiques. Dans ce premier chapitre, l'évolution des principales caractéristiques magnétiques en fonction de la température est présentée afin d'établir une synthèse sur le choix du matériau magnétique pour des fonctionnements à des températures élevées. Les différents transferts de chaleur qui s'opèrent au sein des machines électriques sont ensuite définis afin d'être utilisés dans les outils de simulation pour l'étude thermique.

Le second chapitre se concentre sur différentes techniques d'homogénéisation qui sont appliquées au cas des bobinages des machines électriques. Le but est de déterminer la conductivité thermique équivalente du bobinage dans différentes situations. En effet, trois répartitions des conducteurs dans l'encoche sont envisagées dans cette étude. Dans le cas des répartitions régulières (carré et quinconce), la conductivité thermique équivalente est déterminée en se basant sur des cellules élémentaires périodiques et représentatives de toute l'encoche. Une homogénéisation semi-analytique est proposée pour des répartitions aléatoires à partir des travaux de Hashin-Shtrikman et Milton. Une homogénéisation de l'encoche est ensuite étudiée en tenant compte de l'effet de bord où il est difficile de représenter toute la géométrie par des cellules élémentaires. Le calcul des températures maximales et moyennes du bobinage est réalisé afin de vérifier la validité des techniques d'homogénéisation et de réaliser une comparaison thermique en termes d'évacuation de la chaleur pour chaque répartition. Dans la dernière partie de ce chapitre, une étude de l'influence des dimensions et de la forme géométrique des conducteurs est réalisée. Pour ce faire, deux formes géométriques de conducteurs (conducteurs ronds et carrés) sont considérées pour l'étude thermique.

Le troisième et dernier chapitre propose une démarche pour élaborer un modèle thermique équivalent d'une encoche statorique. La méthode est basée sur la Finite Integration Technique (FIT) permettant de mettre sous forme matricielle les équations thermiques. Les modèles thermiques de l'encoche et du fer statorique sont déterminées séparément en faisant deux hypothèses sur le bord de l'encoche : bord totalement isotherme et isotherme par morceau. Ainsi, deux types de modèle thermique équivalent de l'encoche avec fer statorique sont obtenus. Deux formes de structure de l'encoche sont retenues pour valider les modèles : une encoche simple d'une partie d'un cylindre et une encoche de géométrie plus complexe que l'on retrouve sur une machine à commutation de flux. Cette machine a été retenue pour l'application freinage d'avion dans le projet de SEFORA [2]. La validité des modèles est évaluée par comparaison avec les résultats découlant de la méthode des éléments finis.

Bibliographie

[1] O. Langlois, E. Foch, X. Roboam et H. Piquet " De l'avion plus électrique à l'avion tout électrique : état de l'art et prospective sur les réseaux de bord", J3eA, Journal sur l'enseignement des sciences et technologies de l'information et des systèmes, Volume 4, 2005.

[2] L. Guangjin, " Contribution à la conception des machines électriques à rotor passif pour des applications critiques : modélisations électromagnétiques et thermiques sur cycle de fonctionnement, étude du fonctionnement en mode dégradé", thèse de doctorat à l'école nationale supérieure de Cachan, Spécialité : Génie électrique, 2011.

CHAPITRE I

Etude bibliographique

I.1 Introduction

Les machines électriques sont le siège de pertes massives dans les circuits magnétiques et électriques. Des alliages magnétiques peuvent être alors utilisés dans le but de limiter ces pertes et les courants de Foucault en particulier. Le circuit magnétique est alors constitué d'alliages ferromagnétiques sous forme de tôles isolées. En effet, l'acier présentant une résistivité électrique très faible ($10^{-7} \Omega \cdot m$), entraîne des pertes élevées en régime alternatif. L'objectif des alliages est d'accroître cette valeur tout en diminuant le moins possible l'aimantation à saturation. Le choix des alliages prend en compte les aspects techniques, mais également des considérations économiques [I.1]. Lors de la conception des machines électriques, tenir compte des contraintes thermiques s'avère primordial. En effet, les différents matériaux utilisés dans la machine doivent être adaptés aux températures prévues pour assurer un fonctionnement normal de la machine. Actuellement, les machines électriques doivent répondre à des exigences thermiques pour des applications à hautes températures. Cependant, l'élévation de la température cause des dégradations des propriétés magnétiques des matériaux ferromagnétiques. Par conséquent, le rendement optimum de la machine s'en trouve dégradé. Les sources de chaleur dans les circuits magnétiques dépendent des grandeurs magnétiques et que celles-ci varient aussi en fonction de la température. L'évaluation précise de la température dans la machine permet alors une prédiction sur l'évolution du comportement magnétique des matériaux. L'objectif de ce chapitre bibliographique est de mettre en évidence l'influence de la température sur les propriétés magnétiques de certains alliages utilisés en particulier en électrotechnique.

Dans la première partie de ce chapitre, les propriétés magnétiques permettant de définir les caractéristiques d'un matériau sont rappelées. L'évolution de certaines de ces caractéristiques avec la température est présentée afin de montrer son effet sur les propriétés magnétiques des matériaux. Une synthèse sur les caractéristiques magnétiques et leurs températures d'utilisation des alliages est dressée par la suite.

Dans une deuxième partie, les différents modes de transmission de la chaleur dans les machines électriques sont présentés. En se basant sur la définition de ces modes de transfert de chaleur, des modèles thermiques associés aux machines électriques peuvent être établis. Les différents outils de simulation utilisés pour étudier le comportement thermique des machines électriques sont alors rappelés.

Dans la dernière partie de ce chapitre, les différentes pertes qui sont à l'origine des sources de chaleurs sont répertoriées.

I.2 Matériaux magnétiques pour l'électrotechnique

Les applications pratiques des matériaux ferromagnétiques sont nombreuses en électrotechnique. Ils sont utilisés principalement dans les transformateurs, les machines électriques, les actionneurs (relais, contacteurs), les électroaimants... Les matériaux ferromagnétiques sont généralement divisés en deux classes : les matériaux doux et les matériaux durs :

- Les matériaux doux s'aimantent et se désaimantent facilement. Ils ont des cycles d'hystérésis très étroits et possèdent une grande perméabilité. Ils sont utilisés généralement pour réaliser des électroaimants ou des circuits magnétiques dans le but de canaliser le flux magnétique afin de maximaliser la conversion d'énergie (machines électriques, transformateurs).
- Les matériaux durs présentent des cycles d'hystérésis extrêmement larges, il s'agit des aimants permanents qui ne se désaimantent pas facilement (certains aimants peuvent se désaimanter). L'application principale correspond à la fabrication des aimants permanents qui sont utilisés dans les moteurs et les génératrices.

La grande majorité des applications des matériaux ferromagnétiques tire un avantage de l'utilisation des propriétés suivantes [I.7]:

Induction à saturation B_{sat} élevée.

Perméabilité relative μ_r élevée.

Dans la conception des dispositifs électromagnétiques, il est nécessaire de limiter les courants de Foucault afin d'augmenter le rendement. Des tôles isolées constituées d'alliages ferromagnétiques sont alors utilisées. Le choix des composants des alliages et de leur fabrication est fait dans le but d'augmenter la résistivité (le fer pur possède une faible résistivité), de faciliter la production en augmentant sa dureté et sa rigidité, ce qui facilite le découpage des tôles, et de diminuer les impuretés dans l'acier [I.2].

I.2.1 Physique des matériaux magnétiques

Les propriétés magnétiques d'un matériau permettent de choisir le plus adapté dans les applications électrotechniques. Citons deux exemples :

- Dans le cas d'une machine électrique, deux choix essentiels sont possibles pour assurer la conversion d'énergie électromagnétique. Le choix d'un matériau doux se fait dans le but de canaliser un maximum de flux dans les culasses du stator et du rotor (matériaux ferromagnétiques doux laminés). Le choix d'un matériau dur doit permettre d'avoir un champ magnétique sans excitation pour la construction du circuit inducteur (aimants permanents).
- Dans le cas d'un transformateur, le choix d'un matériau doit permettre de maximiser le flux dans le circuit magnétique pour obtenir un meilleur rendement et donc avec le moins de pertes possible (matériaux ferromagnétique doux).

La courbe de l'induction magnétique d'un matériau B en fonction du champ magnétique H présente souvent un cycle d'hystérésis (figure I.2). La présence d'un champ H implique une induction B . La caractéristique de la courbe d'aimantation $B(H)$ d'un matériau permet d'en tirer les principales caractéristiques macroscopiques :

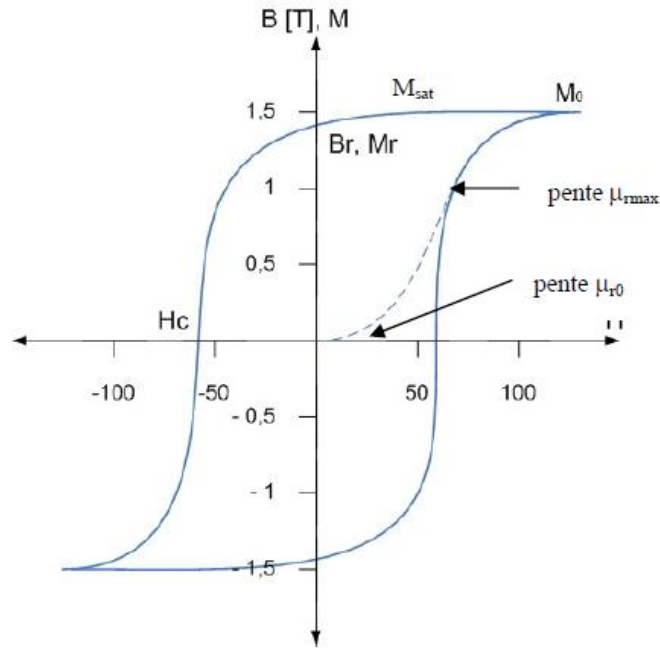


Figure I.1. Cycle d'hystérésis d'un matériau [I.7]

– La perméabilité relative :

Elle caractérise la capacité d'un matériau à canaliser les lignes du flux magnétique. Elle est considérée comme l'une des propriétés les plus importantes des matériaux ferromagnétiques. Dans la conception des dispositifs électromagnétiques, des matériaux à haute perméabilité sont recherchés. Sur la figure I.1, on distingue la perméabilité maximale μ_{rmax} et la perméabilité initiale μ_{r0} . La perméabilité maximale correspond à la pente maximale de la courbe d'aimantation. La perméabilité initiale représente la première caractéristique de l'aimantation. Le tableau ci-dessous présente les perméabilités de quelques matériaux :

Matériau	Perméabilité initiale	Perméabilité maximale
Fer	150	5000
Cobalt	70	250
Nickel pur	110	600
Fer-silicium	1500	30000
Fer-cobalt	650	12000

Tableau I.1. Perméabilités initiales et maximales de quelques matériaux [I.2] [I.7]

- L'induction à saturation B_{sat} :

Pour des valeurs de H importantes, l'induction B ne varie presque plus. Dans cet état, le matériau est dit saturé et B tend vers l'induction de saturation B_{sat} . La perméabilité magnétique n'est plus constante mais elle diminue rapidement. D'une manière générale les circuits magnétiques sont conçus pour fonctionner à des niveaux d'induction plus faibles que B_{sat} . Quelques valeurs d'induction et d'aimantation à saturation sont présentées sur le tableau suivant :

Matériau	Induction de saturation (T)	Aimantation à saturation (10^6 A/m)
Fer	2,15	1,71
Cobalt	1,78	1,42
Nickel	0,6	0,48
Fer-silicium	2	1,65
Fer-cobalt	2,4	1,83

Tableau I.2. Induction et aimantation à saturation de quelques matériaux [I.2] [I.4]

- L'induction rémanente :

Il s'agit d'une propriété importante pour les aimants permanents qui correspond à la capacité d'un matériau à retenir son aimantation après avoir été magnétisé. La force magnétomotrice produite par un aimant est proportionnelle à son induction rémanente B_r .

Matériau	Induction rémanente (T)
Fer	1,3
Cobalt	0,5
Nickel	0,4
Fer-silicium	1,24
Fer-cobalt	1,2

Tableau I.3. Induction rémanente de certains matériaux [I.7]

- Le champ coercitif :

Le champ coercitif est le champ magnétique qu'il faut appliquer dans un matériau pour annuler son induction rémanente. Dans le cas des aimants, la coercivité est une propriété importante. Le concepteur doit en tenir compte pour connaître à partir de quelle valeur de l'intensité de champ l'aimant perd son aimantation. Les valeurs du champ coercitif de certains matériaux sont présentées dans le tableau suivant :

Matériau	Champ coercitif (A/m)
Fer	79,58
Cobalt	795,8
Nickel	55,7
Fer-silicium	3,98
Fer-cobalt	0,4

Tableau I.4. Champ coercitif de certains matériaux [I.2] [I.7]

I.2.2 Effet de la température sur les propriétés magnétiques des matériaux

Les caractéristiques magnétiques des matériaux sont sensibles aux variations de la température, ce qui modifie les propriétés magnétiques des matériaux essentiellement par deux processus [I.4] :

- Soit par une évolution irréversible de leur composition locale ce qui se traduit par le vieillissement du matériau. Dans ce cas, la durée de maintien en température est importante.
- Soit par la variation réversible de leurs constantes électromagnétiques avec la température.

I.2.2.1 Matériaux purs

L'augmentation de la température dans les matériaux ferromagnétiques agit directement sur les caractéristiques magnétiques des matériaux. En effet, l'agitation thermique du matériau magnétique provoque un désordre magnétique. Ainsi, en augmentant la température jusqu'à atteindre la température de Curie le matériau perd ses propriétés magnétiques. Au delà de cette température, les matériaux se trouvent dans un état désordonné appelé paramagnétique. Les températures de Curie varient selon les matériaux (tableau I.5) :

Matériau	Température de Curie
Cobalt	1130 °C
Fer	770 °C
Nickel	358 °C

Tableau I.5. Température de curies de quelques matériaux [I.7]

Le cobalt présente une température de Curie plus élevée que les autres matériaux. Le fer et les ferrites présentent également des températures de Curie importantes. Les propriétés magnétiques de ces matériaux ne se dégradent fortement qu'à l'approche de leurs températures de Curie. Nous présentons l'évolution des aimantations à saturation de certains matériaux purs avec la température sur la figure suivante :

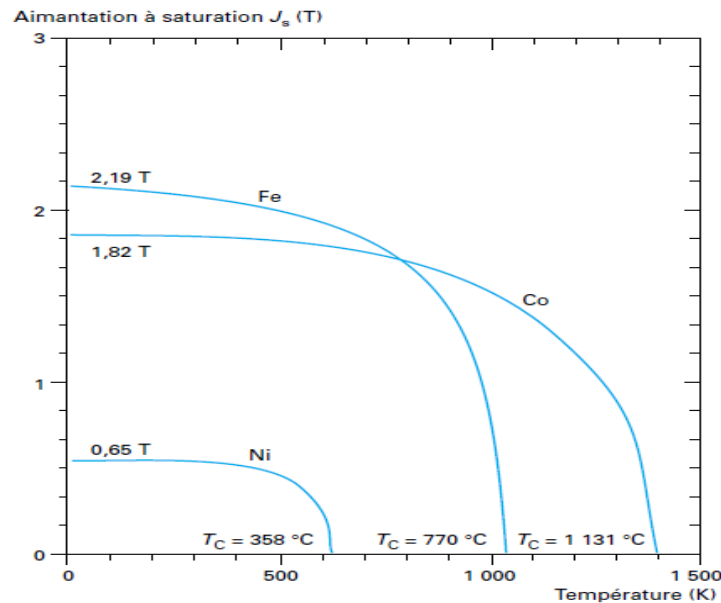


Figure I.2. Effet de la température sur l'aimantation à saturation [I.2]

La figure I.2 montre à nouveau que l'aimantation à saturation du fer est élevée en comparaison du cobalt et du nickel à la température ambiante et que celle du nickel est la plus faible. Pour les trois matériaux, l'induction à saturation commence par une décroissance lente avec l'augmentation de la température et d'une manière plus importante à l'approche de la température de Curie. Quand un matériau magnétique subit un échauffement, l'agitation des atomes contrarie le couplage entre les moments magnétiques des différents atomes et la perfection de leur alignement décroît avec la température [I.4].

I.2.2.2 Alliages ferromagnétiques

Les différents matériaux ferromagnétiques utilisés pour des applications moteurs et génératrices sont des alliages avec le fer. Les plus fréquemment rencontrés sont :

- Les alliages de Fer-Silicium
- Les alliages de Fer-Cobalt
- Les alliages de Fer-Nickel
- Les ferrites

Alliages fer-silicium

Ces alliages constituent la base des matériaux ferromagnétiques utilisés en génie électrique. Ils apportent, en plus de leur avantage économique, des performances magnétiques accrues. Ils permettent de canaliser des inductions magnétiques importantes et offrent une meilleure dureté et rigidité aux tôles des machines électriques. Ces alliages sont classés en deux principaux groupes qui sont destinés à des applications différentes dans le domaine de génie électrique. Le premier concerne les tôles Fer-silicium à grains orientés (GO), dans lesquelles la direction de laminage facilite l'aimantation des tôles [I.1]. Elles sont utilisées principalement dans des dispositifs électromagnétiques où le flux conserve une direction fixe (transformateurs). Les tôles à grains orientés possèdent généralement une teneur en silicium proche de 3%. Le deuxième est constitué par les tôles à grains non orientés (NO) utilisées dans la conception des machines tournantes. Ce type d'alliages contient des concentrations de silicium allant de 0,1 à 3,2%.

Afin de voir l'influence de la température sur les alliages fer-silicium, la figure I.3 montre les courbes d'aimantation à différentes températures et l'évolution de la perméabilité avec la température :

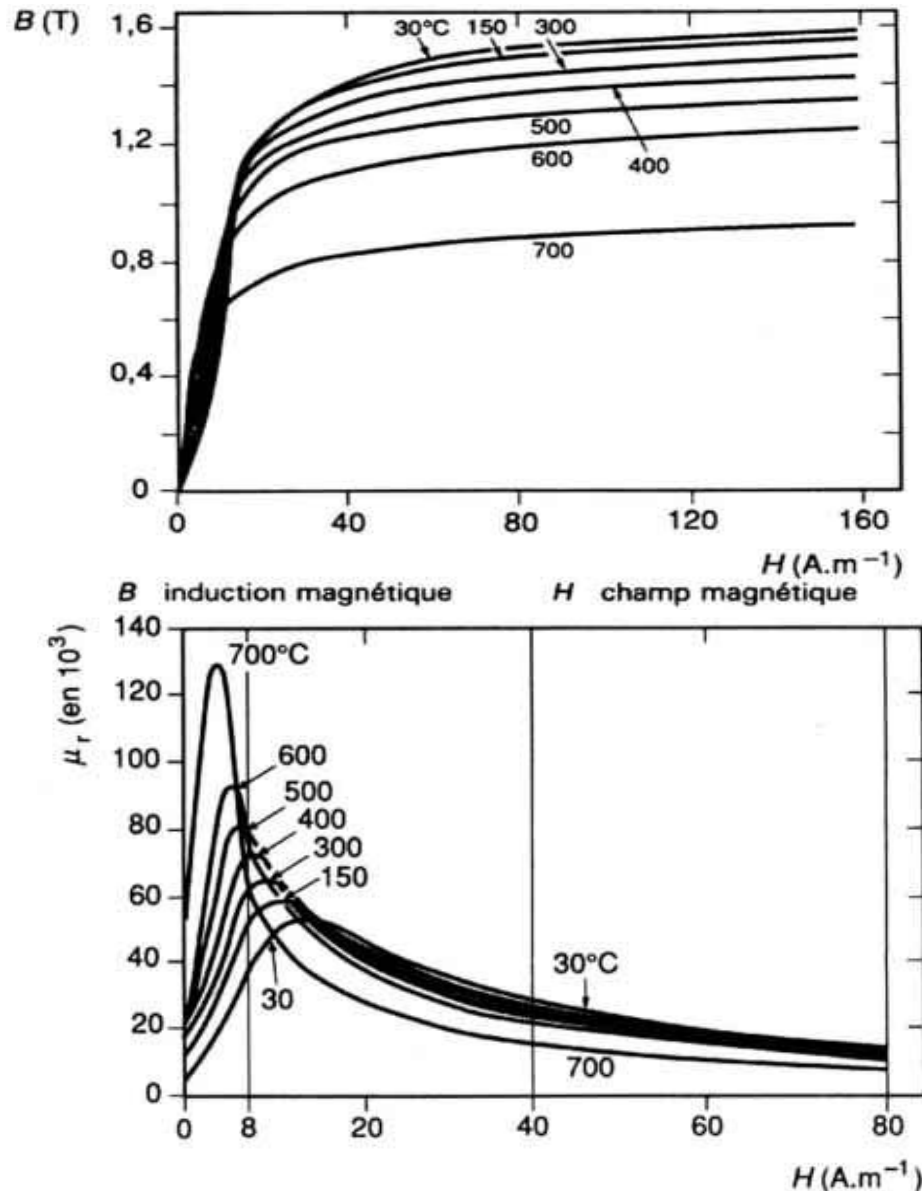


Figure I.3. Effet de la température sur l'induction et la perméabilité pour une tôle à grains orientés [I.5]

La figure I.3 montre que l'induction à saturation diminue lentement avec la température au voisinage de 200 °C. La diminution accélère ensuite pour des températures plus élevées (environ 700 °C). La température de Curie du fer-silicium est de 750°C, ce qui est un peu plus faible que pour le fer pur. Concernant la perméabilité, on remarque que l'augmentation de la température a pour conséquence d'améliorer la perméabilité pour des faibles valeurs du champ magnétique. Lorsque le champ augmente, les courbes représentatives de la perméabilité sont quasiment confondues sauf pour la plus grande valeur de la température (700 °C) proche de la température de Curie.

Alliages fer-nickel

Des propriétés magnétiques intéressantes sont obtenues pour des alliages de pourcentages de nickel dans le fer entre 28 et 78% : ces alliages possèdent les plus hautes valeurs de perméabilités magnétiques et les plus bas champs coercitifs. Cependant, leur induction à saturation est peu élevée. Ces alliages se répartissent principalement en quatre groupes:

- Les alliages à 30% possèdent une température de Curie très faible qui avoisine la température ambiante. La caractéristique principale de ces alliages est que la perméabilité décroît d'une manière quasi linéaire lorsque la température augmente dans une plage de température environnant 70 °C. Ils sont utilisés pour compensation thermique des circuits magnétiques dans des appareils électromagnétiques. En agissant sur la teneur de nickel, ces appareils deviennent moins sensibles à la température en ajustant la température de Curie [I.4].
- Les alliages à 36-40% ont une résistivité électrique relativement importante. Ces alliages possèdent une induction à saturation assez élevée. Leur perméabilité est relativement basse. Ils sont utilisés par exemple dans la fabrication d'inductances [I.8].
- Les alliages à 50% possèdent une induction à saturation très élevée. Par un recuit spécial, ces alliages peuvent atteindre des perméabilités très importantes. Leur cycle d'hystérésis est rectangulaire [I.4]. L'application de ces matériaux comprend les amplificateurs magnétiques et les mémoires.
- Les alliages à 75-80% ont des perméabilités initiales et maximales les plus élevées et les champs coercitifs les plus faibles. Leur induction à saturation est la plus faible de la série. Le domaine d'application de ces alliages correspond aux transformateurs à haute fréquence et à impulsion, filtres, blindages magnétiques et amplificateurs magnétiques.

La figure I.4 présente la variation de l'induction à saturation des alliages fer-nickel en fonction de la température :

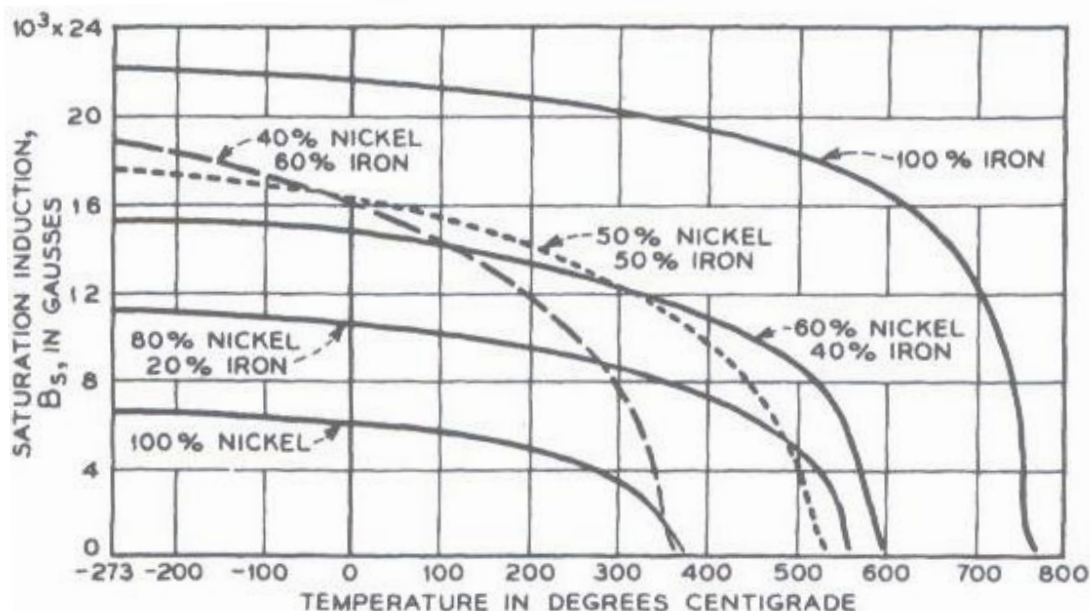


Fig. I.4. Variation de l'induction de saturation de différents alliages fer-nickel en fonction de la température [I.8]

On constate que l'induction à saturation augmente lorsque la proportion du nickel diminue dans le fer et bien sûr qu'elle est plus importante lorsque le fer est pur. Dans le cas

des alliages de 40 et 50%, la figure montre une forte diminution de l'induction de saturation pour des fortes valeurs des températures. Pour tous les alliages, l'induction à saturation diminue avec la température jusqu'à s'annuler à la température de Curie qui varie en fonction du type d'alliage.

Alliages fer-cobalt

Les alliages fer-cobalt présentent des caractéristiques magnétiques très intéressantes. En effet, ces alliages possèdent les plus fortes inductions à saturation et les températures de Curie les plus élevées. Ces alliages sont utilisés pour des applications dans un environnement avec des contraintes ambiantes sévères. Les fer-cobalt contenant entre 25 et 50% de cobalt environ présentent les inductions à saturation les plus élevées des matériaux doux, avoisinant 2,4 T. Il en résulte que pour atteindre une induction de 2 T avec un Fe-Si à grain orienté, ou de 2,1 T avec un fer doux, il faudra un champ 30 fois plus fort qu'avec la nuance Fe-Co la plus perméable [I.7]. Les nuances à 94% Co sont recommandées pour les applications imposant des températures de fonctionnement pouvant aller jusqu'à 900 °C. Pour des raisons de gain en poids et en espace, les alliages fer-cobalt sont employés dans une majorité du matériel électrotechnique mobile ou embarqué, notamment dans le domaine avionique.

On trouve essentiellement 3 alliages de fer-cobalt utilisés suivant les applications :

- Les alliages à 25% ont une teneur moyenne en cobalt, mais présentent une forte induction de saturation. Leurs applications typiques sont les appareils et actionneurs pour l'automobile industrielle.
- Les alliages à 50% sont les plus utilisés pour les très hautes inductions avec l'addition d'environ 2% de vanadium. L'ajout du vanadium permet d'une part de réduire la fragilité de ces alliages et d'autre part d'augmenter la résistivité. Les pertes magnétiques sont très faibles en particulier pour des densités proches de 1,8 T. Ces alliages sont utilisés principalement dans des transformateurs spéciaux présentant de faibles pertes à fortes valeurs de densité, mais on les retrouve aussi dans les moteurs à haute performance.
- Les alliages à 94% sont les seuls à pouvoir être utilisés au-dessus de 700 °C et jusqu'à 950 °C. Leur principale application correspond aux pompes électromagnétiques pour métal liquide utilisées en fonderie.

La figure suivante montre la variation de l'induction à saturation en fonction de la proportion du cobalt dans le fer.

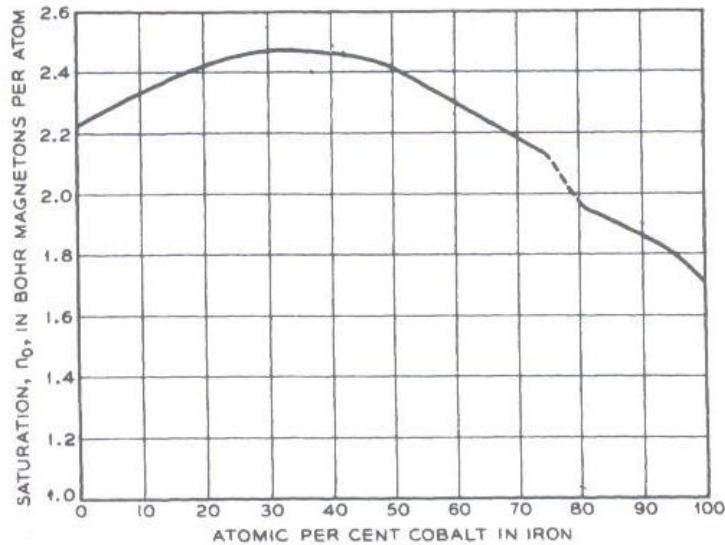


Fig. I.5. Induction de saturation pour différentes proportions de cobalt dans le fer [I.8]

L'induction de saturation dépend du pourcentage de cobalt dans le fer. Les résultats de la figure I.5 montrent que l'induction à saturation augmente dans un premier temps pour atteindre son maximum au voisinage de 30% de cobalt. Sa valeur maximale est de l'ordre de 2,44 T. Cette valeur décroît ensuite avec l'augmentation du pourcentage de cobalt dans le fer.

Dans cette partie, nous rapportons quelques résultats de mesures en température obtenus sur le fer cobalt dans le cadre du projet SEFORA. Les mesures ont été effectuées sur un échantillon de 303 mm de longueur et 30 mm de largeur. La densité volumique de l'échantillon est de 8120 Kg/m^3 , sa masse totale est de 0,2043 Kg. Les mesures ont été réalisées par le laboratoire INRIM (Istituto Nazionale Di Ricerca Metrologica) en Italie [I.30]. Le but est d'évaluer l'influence de la température sur les propriétés magnétiques du fer cobalt. L'effet de la température sur les propriétés magnétiques est alors présenté sur la figure I.6.

Les résultats de mesures montrent que la perméabilité relative augmente avec l'induction magnétique dans un premier temps. Sa valeur est maximale pour une induction de 0,9 T environ. A l'approche de l'induction à saturation, la perméabilité magnétique diminue rapidement pour atteindre des valeurs très faibles. Quant à l'influence de la température, la perméabilité a tendance à augmenter en fonction de la température. Avoisinant la température ambiante, la perméabilité est moins sensible à la température. Cependant, la perméabilité devient sensible aux variations des températures à l'approche des 100°C . Pour de fortes valeurs de l'induction, la température semble ne pas affecter les valeurs de la perméabilité. Globalement, l'augmentation de la température améliore la perméabilité magnétique du matériau fer-cobalt.

La première aimantation est aussi légèrement affectée par la température. Au voisinage de l'induction à saturation, les courbes d'aimantations sont quasiment confondues pour les différentes températures.

On constate enfin une légère diminution des pertes fer en fonction de la température pour de fortes valeurs de l'induction. Pour de faibles valeurs de l'induction, les pertes fer restent stables avec l'augmentation de la température.

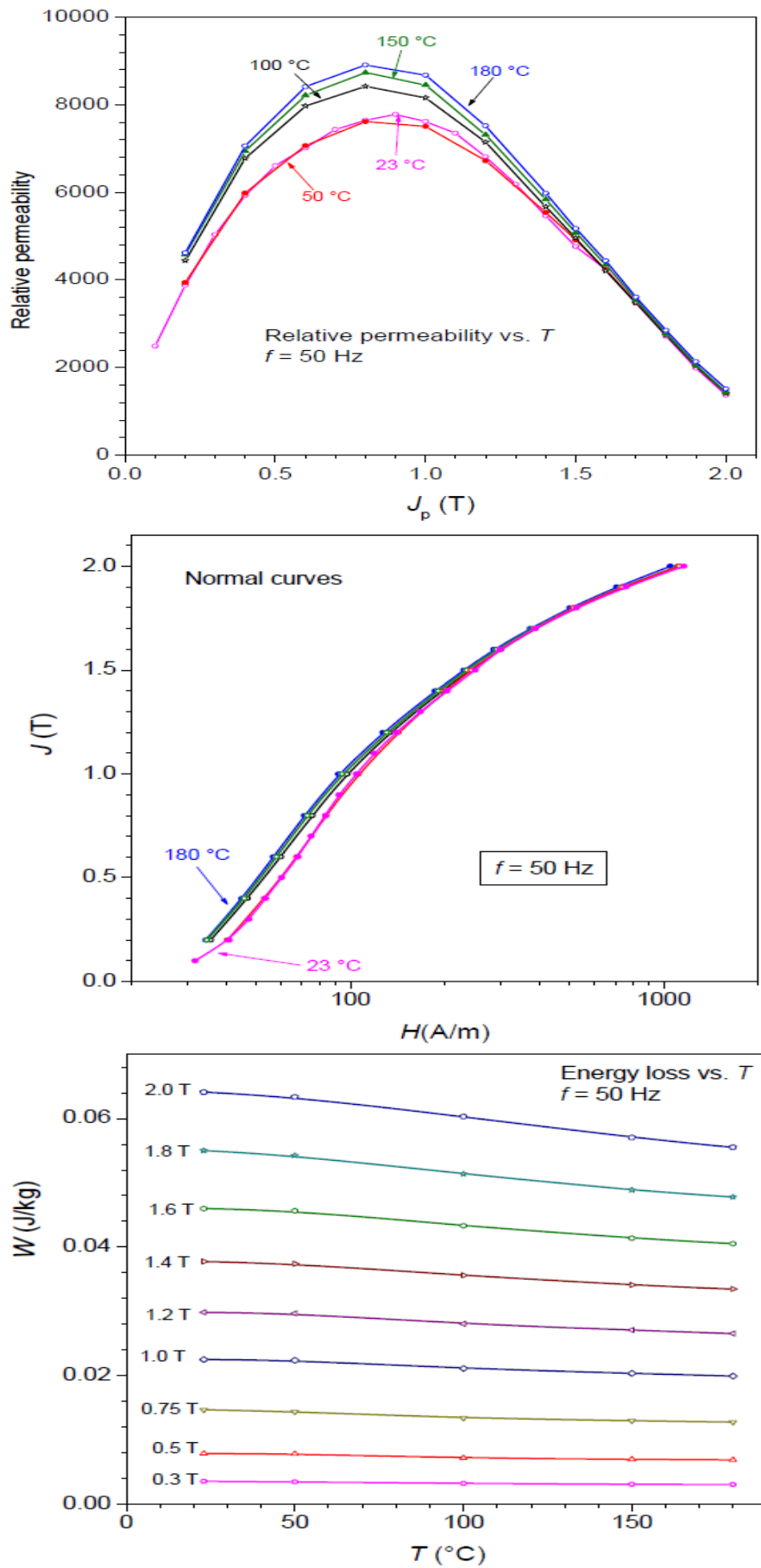


Fig. I.6. Perméabilité magnétique, courbe d'aimantation et pertes fer à différentes températures pour fer-cobalt [I.30]

Ferrites doux

Les ferrites sont les moins intéressants des matériaux doux pour les applications quasi statiques, car leur induction à saturation est inférieure à 0,6 T d'une part et leur perméabilité est limitée par la forte densité de joints de grains d'autre part [I.2]. Cependant, ils présentent une résistivité électrique élevée (environ $1 \Omega \cdot m$) et un faible coût de fabrication, ce qui explique leur présence dans de nombreuses applications industrielles à fréquence élevée. Dans la pratique, il existe trois familles de matériaux [I.17]:

- Les ferrites de manganèse-zinc (Mn-Zn) qui fonctionnent pour des fréquences allant de 10 KHz à 1MHz. Cette famille est principalement employée dans les domaines de conversion d'énergie ou le traitement de signal.
- Les ferrites de nickel-zinc (Ni-Zn) et nickel-zinc-cuivre (Ni-Zn-Cu) qui sont utilisés entre 1 et 500 MHz. Ces matériaux trouvent des applications dans la réalisation de transformateurs ou d'inductances.
- La troisième famille concerne les ferrites dits hyperfréquence, leur fréquence de fonctionnement peut atteindre 100 GHz. On trouve dans cette famille des ferrites de type spinelle et de type grenat. Ce type de ferrites est utilisé pour la réalisation de composants hyperfréquences spécifiques tels que les filtres accordables et les déphaseurs [I.18].

Nous présentons l'effet de la température sur quelques propriétés magnétiques de ces matériaux sur la figure suivante :

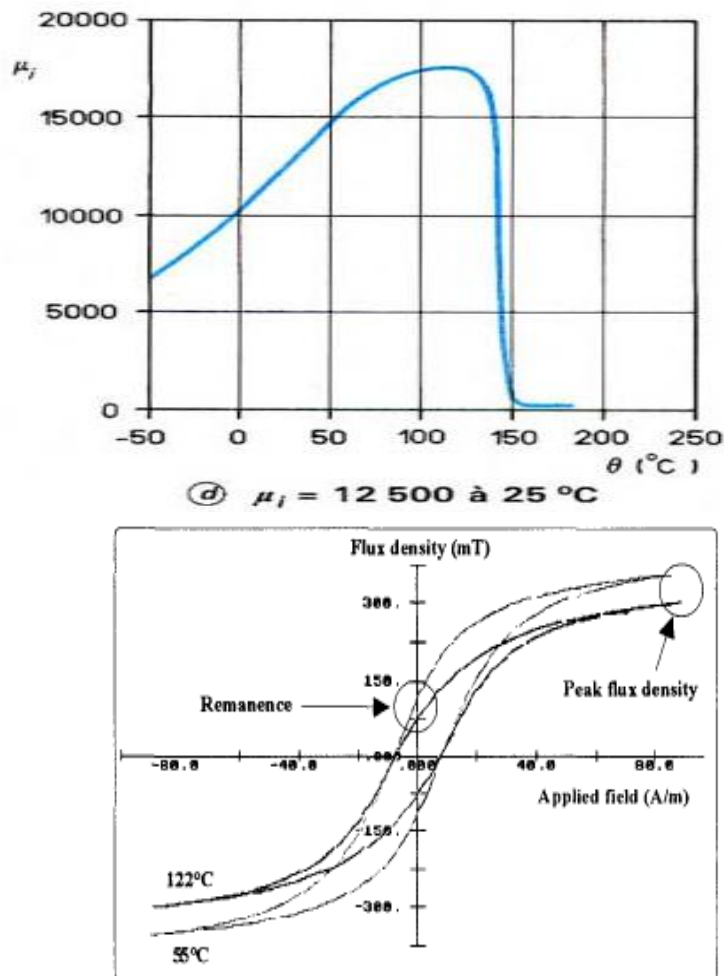


Fig. I.7. Effet de la température sur les caractéristiques magnétiques de ferrites Ni-Zn [I.6]

La perméabilité initiale est sensible aux variations de la température. Sa valeur augmente dans un premier temps avec l'augmentation de la température. Mais elle chute brutalement à la température du point de Curie. Nous rappelons que la température de Curie de ce matériau est de 145 °C. Concernant l'induction rémanente, celle-ci a diminué lorsque la température a augmenté de 55 à 122 °C. Ces résultats montrent clairement que les propriétés magnétiques des ferrites sont également affectées par la variation de la température.

Synthèse sur les alliages de fer

Nous présentons ici pour résumer les caractéristiques magnétiques des principaux alliages ferromagnétiques utilisés en électrotechnique et leurs températures d'utilisation :

Matériau	Composition	Magnétique			Thermique	
		$B_s(T)$	$H_c(A/m)$	μ_{max}	$T_{max}(^{\circ}C)$	$T_{Curie}(^{\circ}C)$
Fer-nickel	36% Ni	1,3	30	30000	150	250
	50% Ni	1,6	8	80000	200	477
	80% Ni	0,85	2	300000	200	410
Fer-cobalt	25% Co	2,4	150	5000	700	930
	50% Co	2,3	80	10000	700	950
	94% Co	1,9	12	12000	950	1040
Fer-silicium	GO	2	8	30000	<400	745
	NO	1,6	80	2200	<400	745
Ferrites doux	Mn-Zn	0,5	16	$10^3 - 3 \cdot 10^5$	150	300
	Ni-Zn	0,38	12	$10 \cdot 10^3$	200	500

Tableau I.6. Caractéristiques magnétiques d'alliages ferromagnétiques [I.3] [I.4] [I.5]

La famille fer-cobalt présente les niveaux d'induction à saturation les plus élevés des alliages ferromagnétiques (jusqu'à 2,4 T) et offre des possibilités de fonctionner à des températures élevées (950 °C). Les performances magnétiques du fer silicium sont proches de celles du fer-cobalt mais fonctionnent à des températures moins importantes que celles du fer cobalt. Les alliages fer-nickel possèdent les plus hautes valeurs de perméabilités magnétiques des matériaux mais leur induction à saturation est peu élevée. Les ferrites doux sont des alliages ayant les plus faibles inductions à saturation, ils ne sont utilisés que dans les domaines à hautes fréquences. Par ailleurs, le choix d'un matériau magnétique doit permettre aussi de limiter les pertes magnétiques. La figure I.8 présente l'évolution des pertes magnétiques avec l'induction pour différents matériaux.

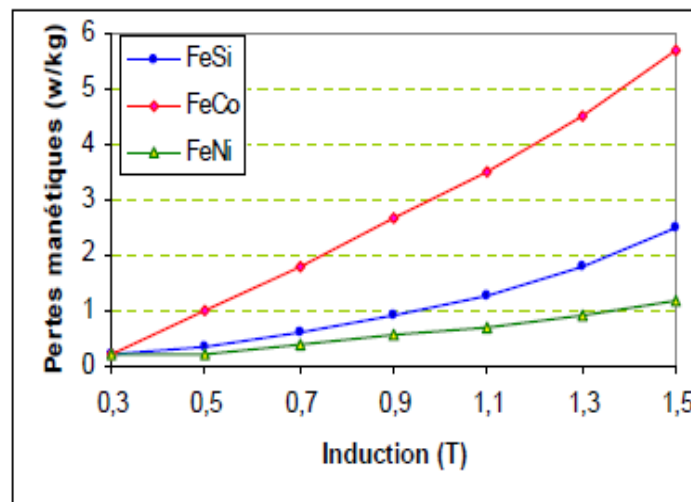


Fig. I.8. Pertes massiques de différents alliages [I.1]

La figure I.8 montre que les alliages de fer-nickel présentent moins de pertes magnétiques en comparaison des autres alliages. Les pertes magnétiques du fer-cobalt sont les plus élevées. Les pertes magnétiques doivent être prises en compte lors du choix d'un alliage ferromagnétique afin d'obtenir un rendement optimum.

Ceci étant, d'autres critères doivent être pris en compte et s'imposent pour le choix d'alliage. En effet, des contraintes mécaniques ou thermiques sévères sont dans la plupart des cas déterminantes pour faire un choix d'un matériau. Dans le cas des applications à hautes températures, les alliages à base de fer-cobalt sont ainsi privilégiés. Ceci s'explique par leur tenue en température plus importante et la stabilité de leurs propriétés magnétiques en fonction de la température. Les alliages fer-nickel sont les moins favorisés pour ce type d'application. La température maximale d'utilisation de ces alliages ne dépasse pas 200 °C. Ceci conduit à une dégradation rapide des propriétés magnétiques de ces matériaux. Le fer-silicium peut être envisagé mais ses performances restent cependant inférieures à de celles du fer-cobalt.

I.2.2.3 Matériaux durs (aimants permanents)

Les performances magnétiques des matériaux durs sont caractérisées par leur cycle d'hystérésis et particulièrement par la courbe de désaimantation. Le champ coercitif des aimants dépasse les 10 kA/m et leur induction rémanente peut atteindre 1,3 T. Il existe principalement quatre familles d'aimants permanents utilisés en électrotechnique [I.19] :

- Les Alnico sont à base aluminium, nickel, cobalt et fer. Ils possèdent une rémanence élevée d'environ 1,3 T. Aujourd'hui, ils sont de moins en moins compétitifs dans le marché des aimants en raison du coût excessif du cobalt. Ils trouvent des applications dans le domaine des hautes températures.
- Les ferrites durs sont des alliages à base de baryum ou strontium. Ce sont des matériaux céramiques isolants, leur résistivité est de l'ordre de $10^4 \Omega \cdot m$. Leur coût de fabrication est très faible ce qui favorise leurs utilisations dans de nombreuses applications.
- Les samarium-cobalt tirent parti des propriétés des phases $SmCo_5$ et Sm_2Co_{17} . Ils présentent des performances magnétiques supérieures aux aimants précédents, mais leur coût constitue un inconvénient majeur. Ils sont utilisés dans des applications à haute température nécessitant des performances magnétiques élevées.
- Les néodyme-fer-bore (Nd-Fe-B) présentent les meilleures performances magnétiques (énergie volumique) des aimants mais ont une température de Curie relativement faible. Ils trouvent des applications dans le secteur d'aéronautique ou d'informatique lorsqu'une forte miniaturisation est requise.

Les figures I.9 et I.10 permettent de mettre en évidence l'influence de la température sur l'induction rémanente et le champ coercitif des aimants permanents :

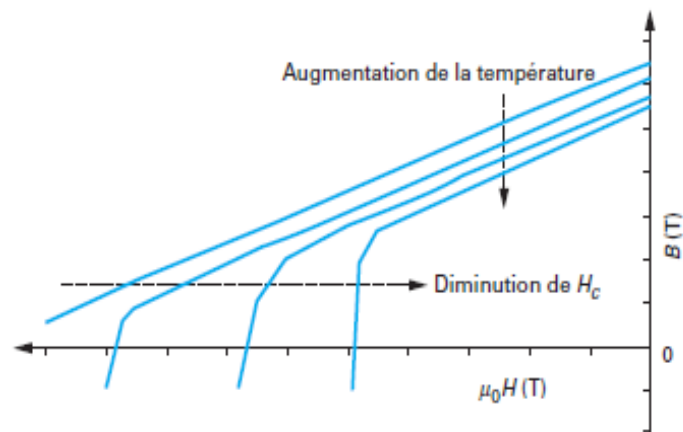


Fig. I.9. Courbes de désaimantation à différentes températures des aimants de type Nd-Fe-B, Sm-Co et Alnico [I.19]

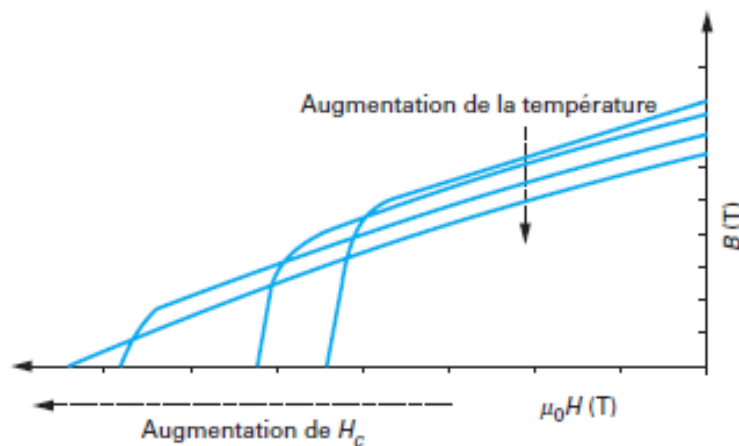


Fig. I.10. Courbes de désaimantation à différentes températures pour des aimants de type ferrites [I.19]

Les résultats montrent encore une fois la dépendance des caractéristiques magnétiques de la température. En effet, l'induction rémanente diminue lorsque la température augmente pour les quatre types d'aimants. Cependant, l'augmentation de la température a pour conséquence d'augmenter le champ coercitif pour les aimants de type ferrites. Pour les autres types d'aimants, leur champ coercitif diminue avec l'augmentation de la température.

Le choix d'un aimant dépend de plusieurs facteurs à savoir : le rapport performances magnétiques/coût (figure I.11) et température d'utilisation (tableau I.7).

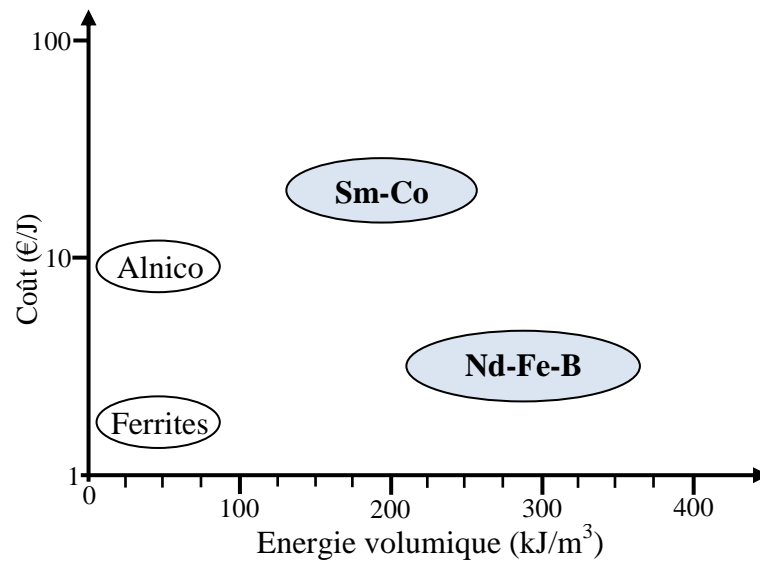


Fig. I.11. Performances et coûts de différents types d'aimants permanents [I.20]

La figure I.11 montre que les ferrites et les néodyme-fer-bore sont les aimants qui présentent le meilleur rapport performances/coût. Le coût de fabrication des samarium-cobalt est le plus élevé mais présentent des performances magnétiques intéressantes. Notons que les ferrites restent la famille des aimants qui dominent le marché mondial (environ 50% [I.20]), et leur part ne cesse d'accroître avec l'augmentation de l'utilisation des moteurs électriques dans l'automobile.

Famille	$(BH)_{max}$ (KJ/m³)	H_c (KA/m)	$B_r(T)$	Température de Curie (°C)	Température maximale (°C)
Alnico	35,8-43,8	64-103	1,1-1,3	740-860	450-550
Ferrites (Sr)	25,5-40,6	200-400	0,38-0,46	450-460	250
Sm1Co5	135,3-151,2	960-1600	0,82-0,87	700-750	250
Sm2Co17	159,1-254,6	490-790	0,92-1,16	800-850	450-550
Nd-Fe-B	199-310,3	880-1990	1-1,3	310-330	80-180

Tableau I.7. Caractéristiques magnétiques et températures d'utilisation des grandes familles d'aimants [I.19]

Le tableau I.7 résume les principales grandeurs magnétiques des grandes familles d'aimants permanents. Les aimants Nd-Fe-B ont une température d'utilisation la plus faible des autres familles d'aimants mais présentent de meilleures caractéristiques magnétiques. Les aimants Sm2Co17 possèdent des performances magnétiques remarquables et présentent une bonne tenue en température. Ils représentent aujourd'hui l'essentiel du marché des aimants Sm-Co [I.19]. Les performances magnétiques des Alnico sont proches des ferrites et leur induction rémanente est plus élevée que celle des ferrites. Les Alnico sont moins stables que les ferrites car leur champ coercitif est plus faible. Cependant, la température de Curie des Alnico est très élevée ce qui les favorise dans le domaine des hautes températures.

I.3 Modes de transferts de la chaleur dans les machines électriques

Les machines électriques sont le siège de nombreuses sources de chaleur de différentes origines et localisations [I.16]. L'évacuation de ces sources de chaleur vers l'extérieur s'effectue principalement par trois modes de transfert :

- Transfert de chaleur par conduction dans la machine
- Transfert de chaleur par convection, naturelle ou forcée, externe ou interne
- Transfert de chaleur par rayonnement entre les parois externes ou internes de la machine

I.3.1 Transfert de chaleur par conduction

L'évacuation de la chaleur par conduction s'opère au sein d'un même milieu. Elle s'effectue aussi bien dans les parties solides de la machine que dans l'air avoisinant. Ce mode de transfert est régi par la loi de Fourier qui exprime que la densité de flux thermique $\vec{\varphi}$ est proportionnelle au gradient local de la température T . Dans un matériau isotrope, la relation de Fourier s'écrit :

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (\text{I.1})$$

Le paramètre λ est la conductivité thermique du matériau (W/m/K). Le signe – de la relation de Fourier traduit le fait que l'échange de chaleur se fait du corps chaud vers le corps froid. La conductivité thermique définit la nature du matériau conducteur ou isolant. En effet, plus la valeur de la conductivité thermique est importante, plus le matériau est bon conducteur de la chaleur. Les solides sont généralement plus conducteurs de chaleur par rapport aux liquides [I.10]. La conductivité thermique des gaz est souvent très faible. La valeur de la conductivité thermique dépend essentiellement de la nature du matériau et de la température. Dans le cas des matériaux métalliques, cette grandeur thermique augmente avec la température et atteint son maximum qui se situe dans une plage des températures allant de quelques Kelvins à 200 K selon les matériaux. Ensuite, elle décroît avec la température après ce maximum à quelques exceptions près (l'uranium, le tantale et le manganèse par exemple) et ceci jusqu'au point de fusion [I.10]. Cependant, dans le cas des alliages ferreux utilisés pour les tôles des machines électriques, la conductivité thermique augmente avec la température d'une manière faible voire négligeable sur les plages des températures usuelles rencontrées dans les machines électriques. Pour cette gamme de températures, la dépendance de la conductivité thermique des alliages du cuivre est également négligeable [I.9] [I.10].

Dans le cas des matériaux anisotropes, la conductivité thermique est généralement exprimée par un tenseur à trois composantes [I.13]. Pour les machines électriques, ce cas est rencontré dans les empilages de tôles et les bobinages. La conductivité thermique équivalente des bobinages (cuivre+isolant) est beaucoup plus élevée dans la direction axiale que radiale (un rapport de 400 peut se rencontrer). A l'inverse des bobinages, la conductivité thermique équivalente du paquet de tôles est plus importante radialement que axialement. La conduction est le mode de transfert de chaleur prépondérant dans les parties fer constituant le stator et le rotor de la machine, ainsi que dans les bobinages.

I.3.2 Transfert de chaleur par convection

Le transfert de chaleur par convection est dû au déplacement de la matière par l'intervention d'un fluide. Le mouvement de la matière est dû à des différences de pressions ou de la température. En effet, toute différence de température dans un fluide modifie sa densité ce qui conduit à un mouvement au sein du fluide du fait de la poussée d'Archimède. Les parties les plus chaudes du fluide ont tendance à monter et les parties froides et denses à descendre produisant alors un mouvement. Il existe deux aspects différents des phénomènes convectifs :

- La convection naturelle se produit lorsque les mouvements des fluides apparaissent naturellement en raison de gradients de température entre la surface du contact et le fluide ou au sein du fluide lui-même. Ce mode de transfert est rencontré essentiellement sur les culasses extérieures des machines.
- La convection forcée est engendrée par une action imposée au fluide. Dans ce cas, une vitesse de déplacement est imposée au fluide pour assurer une circulation d'eau, d'air, par exemple dans les canaux de la machine [I.13]. Suivant la convection forcée retenue (air, liquide...), tout ou partie des machines peuvent subir ce type de transfert de chaleur (entrefer, espaces confinés entre têtes des bobines et carcasses [I.10]).
- Lorsque les deux modes de transferts sont combinés, il s'agit alors de la convection mixte.

L'échange de chaleur par convection peut être modélisé à l'aide de la relation de Newton entre flux et température qui s'écrit :

$$\varphi_p = h \cdot s \cdot (T_p - T_{réf}) \quad (I.2)$$

avec

h	(W/m ² /K)	coefficient de transfert de chaleur par convection,
$T_{réf}$		température de référence. Celle-ci représente la température moyenne dans le fluide,
T_p		température de la paroi du solide,

Le coefficient d'échange h est difficile à déterminer dans certaines configurations. En effet, il dépend de la géométrie et de la nature du régime de l'écoulement, de la vitesse et de paramètres thermophysiques. L'entrefer d'une machine électrique est l'un des endroits les plus importants d'échange convectif de la chaleur. La modélisation de l'entrefer a fait l'objet de plusieurs études dans la littérature. Le paragraphe suivant a pour but de synthétiser les relations permettant de déterminer le coefficient de convection.

Le nombre de Nusselt Nu permet d'accéder au calcul du coefficient d'échange h , qui montre le rapport entre la convection au niveau de la surface et la conduction dans le fluide immobile [I.9]. Le coefficient d'échange h est déterminé de la manière suivante :

$$h = \frac{Nu \cdot \lambda}{D_h} \quad (I.3)$$

D_h est le diamètre hydraulique du canal qui est défini par [I.1] :

$$D_h = \frac{4S}{P} \quad (I.4)$$

avec P (m) périmètre mouillé de la section du passage du fluide
 S (m²) section du canal

La valeur du nombre de Nusselt dépend du type de convection (naturelle, forcée). Notons que dans le cas des machines tournantes, nous rencontrons essentiellement des situations où l'écoulement est turbulent [I.9]. Un écoulement est dit turbulent lorsque le champ de vitesse dans le fluide varie de façon aléatoire en direction et en module, l'écoulement n'est alors pas stationnaire. Il présente aussi une apparence très désordonnée et un comportement difficilement prévisible, la taille des tourbillons est très variée. A l'inverse, l'écoulement laminaire est régulier et ne présente pas trop de variations spatiales ou temporelles de la vitesse. Le régime laminaire est souvent stationnaire. D'une manière générale, les relations donnant la valeur de Nusselt sont [I.9] :

$$Nu = aRe^m Pr^n \quad \text{dans le cas d'une convection forcée}$$
$$Nu = b(GrPr)^n \quad \text{dans le cas d'une convection naturelle}$$

avec a , b , m et n des constantes qui dépendent de la géométrie étudiée et sont déterminés expérimentalement.

Le nombre de Reynolds Re utilisé en convection forcée est déterminé par [I.9]:

$$Re = \frac{VD_h}{\nu} = \frac{\rho VD_h}{\mu} \quad (I.5)$$

avec V (m/s) vitesse moyenne du fluide dans le canal,
 μ (Pa.s) viscosité dynamique,
 ν (m².s⁻¹) viscosité cinématique,
 ρ (Kg.m⁻³) masse volumique,

Le nombre de Grashof Gr utilisé en convection naturelle est défini par [I.9]:

$$Gr = \frac{g\beta l^3 \delta T}{\nu^2} \quad (I.6)$$

avec g (m².s⁻¹) accélération due à la pesanteur,
 β (K⁻¹) coefficient d'expansion thermique,
 δT (K) écart de température entre la paroi et le fluide,
 l (m) hauteur ou diamètre géométrique,

Le nombre de Prandtl Pr qui s'exprime par :

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a} \quad (I.7)$$

avec a (m².s⁻¹) diffusivité thermique,
 C_p (J.Kg⁻¹.K⁻¹) capacité thermique massique à pression constante

Remarques :

- Le nombre de Prandtl est indépendant de la configuration géométrique et ne dépend que des propriétés du fluide [I.9].

- Dans le cas d'une convection forcée, le paramètre permettant de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est le nombre de Reynolds.

Pour une géométrie annulaire simple, on préfère souvent utiliser le nombre de Taylor au lieu du nombre de Reynolds [I.21]. C'est donc cette modélisation qui est le plus souvent retrouvée pour l'étude thermique des machines électriques. L'entrefer est le siège d'un écoulement de rotation, il existe plusieurs corrélations qui permettent de définir le nombre de Nusselt suivant la configuration de l'entrefer. La formulation de ce nombre peut être différente selon les auteurs et fait souvent intervenir le carré de la vitesse de rotation. De manière générale, le nombre de Taylor s'exprime sous la forme [I.9]:

$$Ta = \frac{\omega^2 r_m e^3}{\nu^2 F_g} \quad (I.8)$$

avec e (m) largeur de l'entrefer

r_m (m) rayon logarithmique moyen : $r_m = \frac{e}{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}$

ω (rad.s⁻¹) vitesse angulaire

r_e et r_i sont respectivement les rayon interne du stator et rayon externe du rotor.

F_g est un facteur géométrique qui permet de tenir compte du rapport de forme de l'espace annulaire. Sa valeur est très proche de l'unité pour un entrefer étroit, défini par l'expression :

$$F_g = \left(\frac{\pi^4}{1697P}\right) \left(\frac{r_e + r_i}{2r_i}\right) \quad (I.9)$$

$$\text{avec } P = 0,0571 \left[1 - 0,652 \left(\frac{e}{r_i}\right)\right] + 0,00056 \left(1 - 0,652 \left(\frac{e}{r_i}\right)\right)^{-1}$$

Le nombre de Nusselt permettant de calculer le coefficient de convection dépend de la valeur de Taylor. La nature de l'écoulement est laminaire et la vitesse de rotation n'influence pas la valeur du coefficient d'échange jusqu'à une valeur critique du nombre de Taylor. Au delà de cette valeur, l'écoulement bascule du régime laminaire au régime turbulent et la valeur de Nusselt dépend de la vitesse de rotation.

Dans le cas d'un entrefer lisse, la valeur critique du nombre de Taylor est voisine de 1700 et les corrélations permettant de calculer le nombre Nusselt dans ce cas sont [I.9]:

$Ta < 1700$

$$Nu = \frac{h \cdot 2e}{\lambda} = 2 \quad (I.10)$$

$1700 < Ta < 12000$

$$Nu = 0,128 Ta^{0,367} \quad (I.11)$$

$12000 < Ta < 4 \cdot 10^6$

$$Nu = 0,409 Ta^{0,241} \quad (I.12)$$

En présence des encoches dans l'entrefer, la valeur critique du nombre de Taylor devient plus importante que dans le cas d'un entrefer lisse. La transition vers l'écoulement avec tourbillons est alors retardée. La valeur critique du nombre de Taylor est dans ce cas d'environ 6000. Pour un entrefer encoché, dans la réf [I.14] sont proposées les corrélations suivantes sur l'obtention du nombre Nusselt :

Ta < 6000

$$Nu = \frac{h \cdot 2e}{\lambda} = 2 \quad (I.13)$$

6000 < Ta < 1,4 · 10⁶

$$Nu = 0,364 Ta^{0,3} \quad (I.14)$$

1,4 · 10⁶ < Ta < 2 · 10⁷

$$Nu = 0,058 Ta^{0,4} \quad (I.15)$$

I.3.3 Transfert de chaleur par rayonnement

Le rayonnement est un transfert d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques. Tout corps possédant une température supérieure à 0 K émet des radiations électromagnétiques [I.9]. Ce mode de transfert de chaleur peut être considéré négligeable à l'intérieur des machines électriques tournantes. Cependant, l'échange de chaleur peut s'effectuer par radiations quand les surfaces en vis-à-vis du rotor et du stator dans la région de l'entrefer d'une machine sont portées à des niveaux de température assez différents (différence de 100 °C par exemple) [I.9] [I.10]. D'autre part, les surfaces extérieures du système peuvent contribuer au refroidissement de la machine par l'échange radiatif.

Il est difficile de modéliser les flux radiatifs car ceux-ci dépendent fortement de la configuration considérée. Dans le cas de l'entrefer, le flux échangé par rayonnement par la surface externe du rotor au profit de la surface interne du stator s'exprime par la relation suivante [I.11]:

$$\varphi_{r-s} = \frac{S_r \sigma \cdot (T_r^4 - T_s^4)}{\frac{1-\varepsilon_r}{\varepsilon_r} + \frac{1}{F_{rs}} + \frac{S_r \cdot 1-\varepsilon_r}{S_s \cdot \varepsilon_r}} \quad (I.16)$$

avec :

- S_r et S_s les surfaces du rotor et stator respectivement
- T_r et T_s les températures respectives du rotor et du stator
- σ la constante de Stefan-Boltzmann
- ε_r et ε_s les émissivités respectives du rotor et du stator
- F_{rs} le facteur de forme entre le rotor et le stator. Ce facteur représente une partie du flux total transmis du rotor au stator. Pour un entrefer de faible épaisseur et de longueur importante, le facteur de forme est voisin de 1. Ceci signifie que tout le flux émis par le rotor est transmis au stator.

Dans la modélisation thermique des machines électriques, les flux radiatifs ne sont pas souvent pris en compte. Pour des machines supérieures à 4-5 KW, les flux rayonnants sont négligés en raison de basses températures de surfaces (60 à 70 °C) [I.16]. Dans le cas de refroidissement externe (ventilateur, circulation d'un fluide froid), l'échange de chaleur par

voie de radiation est également négligé. Toutefois, pour des actionneurs de petites puissances (gamme 100 à 350 W), l'expérience montre que le rayonnement est responsable de parfois plus de 50 % des flux thermiques externes. La prise en compte de ce mode de transfert est alors justifiée par le fait de son importance relative vis-à-vis de la convection [I.9] [I.13].

I.4 Outils de modélisation thermique

Les outils majeurs de la modélisation thermique des machines électriques utilisent principalement deux méthodes de calculs : la méthode nodale, déjà ancienne et toujours d'actualité et la méthode des éléments finis (EF). Cette dernière permet d'étudier des structures plus complexes et offrent plus d'informations locales en chaque partie de la structure. Elle permet également des couplages avec d'autres problèmes physiques (électrique, magnétique) dans la même machine. La méthode nodale est aussi répandue car elle nécessite moins de temps de calcul et par conséquent l'espace mémoire des machines de calcul nécessaire est réduit.

I.4.1 Méthode nodale

L'approche nodale est basée sur l'analogie électrique-thermique. Les transferts de chaleur sont alors représentés sous forme d'un réseau. La tension est la température au nœud considéré, le courant électrique est représenté par un flux thermique, la source de courant est la source de chaleur (pertes électriques et magnétiques) et la capacité électrique par une capacité thermique. Elle traite les problèmes 1D, 2D et 3D et les équations utilisées peuvent être non linéaires [I.16]. Les paramètres thermiques dépendent alors de la température. Les différents modes de transmission de la chaleur associés aux régions de la machine sont déterminés dans un premier temps. Ensuite, la machine est découpée en un certain nombre de volumes élémentaires supposés isothermes à la température de T_i de son centre. Chaque volume V_i a une capacité thermique C_i et une source de chaleur P_i affectées en son centre (figure I.12).

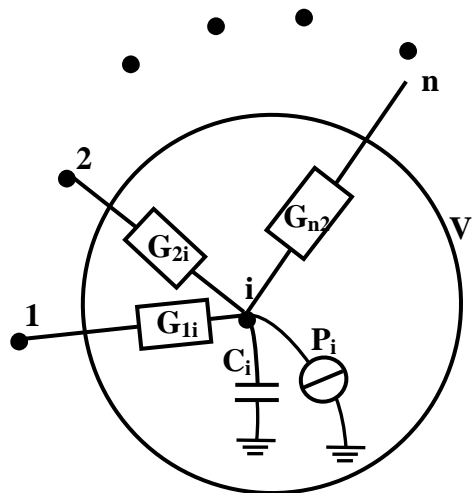


Figure I.12. Conductances thermiques d'un nœud i dans un volume V_i [I.16]

Les nœuds de chaque volume sont connectés par des conductances thermiques G_{ji} traduisant la nature d'échange thermique intervenant entre ces nœuds. L'écriture des équations de transfert entre les nœuds conduit à développer un système d'équations différentielles qui est résolu après avoir été mis sous forme matricielle. Pour chaque nœud, les équations de transferts de chaleurs associés s'écrivent :

$$\rho_i V_i c_i \frac{dT_i}{dt} = \sum_{j=1}^n G_{ji} (T_j - T_i) + P_i \quad (\text{I.17})$$

avec : ρ_i la masse volumique
 V_i le volume élémentaire du nœud i
 c_i la capacité thermique massique

L'équation (I.17) est appliquée à l'ensemble des nœuds, ce qui permet d'obtenir un système d'équations algébriques couplées. Le système d'équations est mis sous forme matricielle :

$$[C] \cdot \left[\frac{dT}{dt} \right] = [G] \cdot [T] + [P] \quad (\text{I.18})$$

avec : $[C]$ la matrice diagonale des capacités
 $[G]$ la matrice des conductances thermiques
 $[T]$ le vecteur des températures
 $[P]$ le vecteur des sources de chaleur

La difficulté de l'approche nodale réside dans la détermination des valeurs des conductances thermiques constituant la matrice $[G]$. Il peut s'agir alors de conductances thermiques de conduction, de convection et de rayonnement. Les expressions des différentes conductances thermiques que l'on retrouve dans les modèles thermiques des machines électriques sont :

– Conductance de conduction

$$G_{ji}^{cond} = \frac{\lambda S_{ji}}{L_{ji}} \quad (\text{I.19})$$

– Conductance de convection

$$G_{ji}^{conv} = h S_{ji} \quad (\text{I.20})$$

– Conductance de rayonnement

$$G_{ji}^r = \sigma F_{ij} (T_j^2 + T_i^2) (T_i + T_j) \quad (\text{I.21})$$

avec : S_{ji} surface d'échange des volume (j) et (i)
 L_{ji} longueur entre les nœuds (j) et (i)

I.4.2 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis (EF) est largement utilisée à l'heure actuelle, pour ses possibilités de calcul de la distribution de températures dans la machine avec une grande précision et les différents couplages envisageables. Une tendance actuelle dans les simulations numériques est le couplage électromagnétique et thermique dans le cas des machines

électriques. La difficulté majeure en utilisant la méthode EF est l'étude du problème thermique de la machine électrique en 3D. En effet, il est en particulier difficile avec cette méthode de tenir compte des couches fines dans certaines parties de la machine et de prendre en compte l'éventuel échauffement du liquide de refroidissement [I.10]. De plus, le temps de calcul nécessaire au traitement de ce type de problème est souvent important.

Résoudre un problème thermique par EF consiste à déterminer la répartition spatio-temporelle de la température $T(x, y, z, t)$ en résolvant l'équation de la chaleur :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} - \text{div}(\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T}) - P = 0 \quad (\text{I.22})$$

Les conditions aux limites sur les surfaces du domaine considéré pour la résolution de l'équation de la chaleur sont généralement les suivantes :

– $T = T_p$ température imposée (condition d'isothermie), Dirichlet

– $-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s = \varphi_0$ flux thermique imposé sur les surfaces du domaine

Si un corps est thermiquement isolé (adiabatique), le flux thermique est nul $\varphi_0 = 0$.

– $-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s = \varphi_{conv} + \varphi_{ray}$ condition générale aux surfaces de transfert de chaleur avec le milieu ambiant

Il est nécessaire de définir la condition initiale à l'instant $t = t_0$:

– $T(x, y, z, t_0) = T_0(x, y, z)$

Pour résoudre l'équation (I.22) par la méthode des éléments finis, la méthode des résidus pondérés dans la formulation de Galerkin peut être utilisée [I.22] [I.23] [I.24]. En multipliant l'équation (I.22) par une fonction arbitraire T^* et intégrant sur le domaine V , on obtient l'équation suivante [I.25] [I.26]:

$$\int_V T^* (\rho C_p \dot{T} - \text{div}(\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T}) - P) dV = 0 \quad (\text{I.23})$$

T^* fonction test ou fonction de pondération

La formulation intégrale faible du problème thermique s'écrit [I.26] :

$$\int_V T^* \cdot \rho C_p \dot{T} dV + \int_V \overrightarrow{\text{grad}T^*} \cdot \lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T} dV - \int_S T^* (\varphi_{conv} + \varphi_{ray}) dS - \int_V T^* P dV = 0$$

(I.24)

Cette équation doit être vérifiée pour toute fonction test T^* . Une solution est d'utiliser les fonctions de base polynomiales utilisées pour la discrétisation du problème. On obtient alors au final un système matriciel à inverser.

Pour tout outil numérique de calculs par EF, la démarche de l'étude du problème physique reste la même. Chaque étape utilise un module spécifique (figure I.13). Les régions

à forts gradients de température ou encore les petites épaisseurs doivent faire l'objet d'un maillage particulièrement fin.

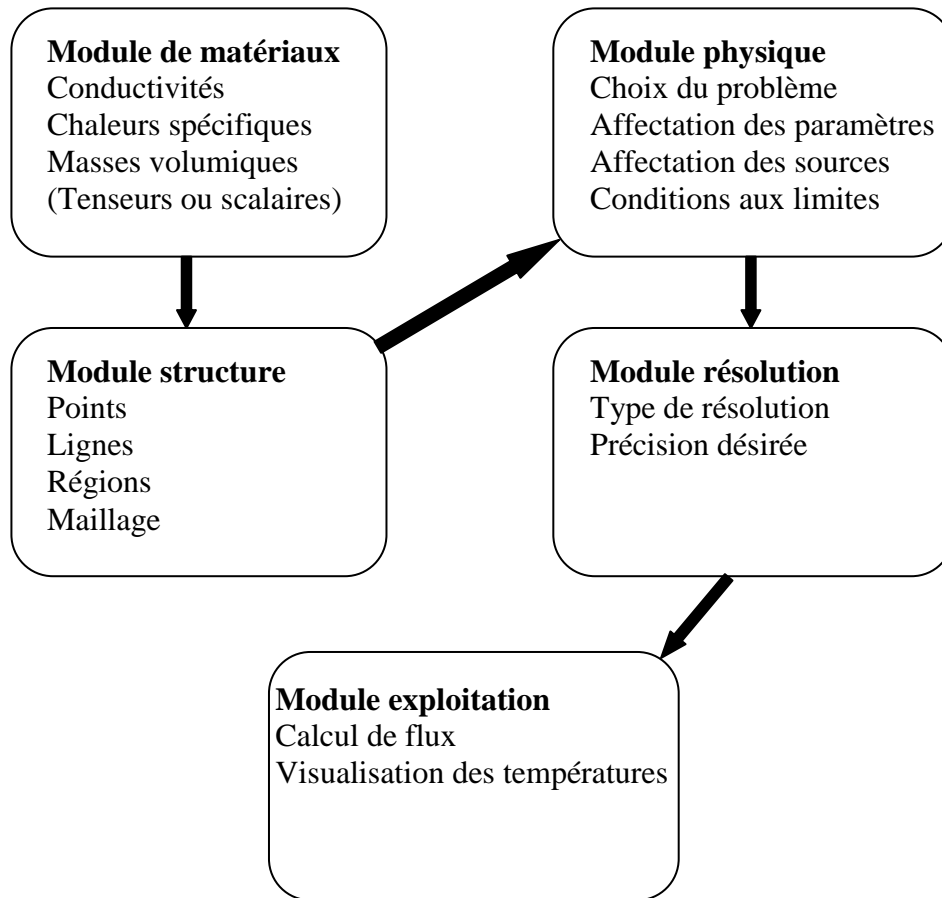


Figure I.13. Etapes de modélisation par EF [I.10]

I.5 Pertes dans les machines électriques

Les pertes dans les machines électriques sont nombreuses et d'origines différentes. Elles peuvent être regroupées en trois grandes catégories : les pertes par effet Joule dans les conducteurs électriques, les pertes fer dans les circuits magnétiques et les pertes mécaniques dans les parties tournantes de la machine.

I.5.1 Les pertes par effet Joule

Ce sont les pertes induites dans les parties conductrices de la machine parcourues par des courants. Ces pertes sont localisées dans les enroulements d'induit, d'excitation, y compris les balais et dans la cage d'écureuil en aluminium du rotor pour une machine asynchrone. Tout conducteur de résistance R parcouru par un courant électrique de valeur efficace I est l'objet de pertes par effet Joule qui valent :

$$P_j = RI^2 \quad (\text{I.25})$$

Elles représentent les pertes moyennes compte tenu des constantes de temps électriques et thermiques. Dans le cas des machines triphasées, les pertes sont généralement équitablement réparties dans les phases ce qui peut se vérifier expérimentalement.

La résistance électrique dépend de la température de fonctionnement de l'enroulement selon la loi :

$$R = R_0(1 + \alpha(T - T_0)) \quad (\text{I.26})$$

avec : R_0 résistance à la température de référence T_0
 α coefficient caractéristique du matériau, $\alpha = 0,00393 \text{ K}^{-1}$ dans le cas du cuivre

D'autres paramètres impactent la valeur des pertes Joule :

– La résistance électrique dépend aussi de la répartition de la densité de courant dans le conducteur. En effet, la densité de courant n'est uniformément répartie sur la section du conducteur qu'en basse fréquence. Lorsque le courant est à fréquence plus élevée, la densité de courant dans une section droite du conducteur n'est plus uniforme [I.15] [I.16]. L'effet de peau apparaît dans le conducteur, ce qui a pour conséquence de concentrer le courant sur sa périphérie. La résistance augmente alors puisque la surface du passage du courant est réduite à celle d'une couronne. Cette épaisseur δ est donnée par la relation :

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi\mu f}} \quad (\text{I.27})$$

avec : ρ la résistivité électrique du conducteur
 μ la perméabilité du conducteur qui correspond à celle du vide (conducteurs non magnétique habituellement)
 f la fréquence des courants

– Les pertes Joule peuvent être augmentées par la présence de lignes d'induction traversant le conducteur en plus de son propre flux. La présence de ces flux modifie la distribution de la densité de courant dans le conducteur, ce qui entraîne l'augmentation de la résistance électrique [I.15]. Ces pertes supplémentaires dépendent de la forme géométrique et

de la taille du conducteur ainsi que de la variation de l'intensité du flux dans l'encoche. En particulier, les têtes de bobines situées dans l'extrémité de la machine, sont le siège de pertes supplémentaires en raison de flux de fuite.

I.5.2 Les pertes fer

Les pertes fer sont localisées dans les circuits magnétiques du moteur subissant des variations du flux. Elles sont appelées pertes fer du fait que les matériaux constituant ces circuits sont, habituellement, à base de fer. Ces pertes sont proportionnelles au volume de matériau magnétique. On distingue deux types principaux de pertes fer : les pertes par courant de Foucault et les pertes par hystérésis.

– Les pertes par hystérésis apparaissent sous l'effet de variations temporelles du champ magnétique, entraînant la modification de l'organisation en domaine de Weiss de la matière. Les pertes engendrées sont proportionnelles à l'aire du cycle d'hystérésis, au nombre de cycles d'aimantation et sont indépendantes de l'épaisseur de la tôle. Pour un volume V d'un matériau soumis au champ H et à l'induction B sur une période τ , les pertes par hystérésis peuvent se mettre sous la forme [I.11] :

$$P_{hyst} = \int_V \left(\frac{1}{\tau} \int H \cdot dB \right) dV \quad (I.28)$$

– Les pertes par courants de Foucault sont dues aux variations temporelles du flux magnétique qui induisent des forces électromotrices et créent des boucles de courants induits. Ces courants se forment dans la masse du fer dans des plans normaux à la direction du flux. Ils sont alors à l'origine de dissipations par effet Joule. Afin de réduire ces dissipations, les circuits magnétiques sont constitués en pratique d'un empilement de tôles minces isolées les unes des autres et dont les plans sont parallèles au sens du flux. Les pertes par courants de Foucault se calculent de la manière suivante [I.11] :

$$P_{cf} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \int_V \rho J^2 dV dt \quad (I.29)$$

avec : J densité locale de courant
 ρ résistivité électrique

– Certaines pertes fer supplémentaires d'origines diverses sont constatées expérimentalement. Citons par exemple les pertes fer dues aux harmoniques d'espace qui sont produits par les discontinuités géométriques de la machine même avec une alimentation sinusoïdale [I.10].

Les pertes fer peuvent être formulées par une expression analytique de type Steinmetz qui tient compte de différentes origines des pertes : les pertes fer par hystérésis (P_{hyst}), les pertes fer par courant de Foucault (P_{cf}), et les pertes fer supplémentaires (P_{sup}) [I.16] :

$$P_{fer}(W/Kg) = P_{hyst} + P_{cf} + P_{sup} = a \cdot f \cdot B_{max}^2 + b \cdot f \cdot B_{max}^2 + c \cdot f^{3/2} \cdot B_{max}^{3/2} \quad (I.30)$$

où : a, b , et c des coefficients dépendent du matériau
 B_{max} induction maximale (T)

Cette formulation ne s'applique que pour une induction sinusoïdale ce qui limite son utilisation dans le cas réel pour certaines machines électriques. L'avantage de cette formulation est la facilité de la mise en œuvre pour une première approximation des pertes fer. L'utilisation de la formulation nécessite la détermination des coefficients qui sont identifiés par des tests sur des échantillons. Dans [I.16] sont montrées les différentes formulations analytiques qui peuvent être déterminées et employées dans chaque zone de la machine suivant la nature des champs (pulsants ou tournants).

La formulation générale des pertes fer qui tient compte de l'allure des inductions et permet de considérer les cas à valeur moyenne non nulle est la suivante [I.27] :

$$P_{fer} (W/m^3) = (a\Delta B_{pp} + b\Delta B_{pp}^2) \cdot f + \frac{1}{T} \int_0^T \alpha_p \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt \quad (I.31)$$

avec ΔB_{pp} la variation maximale de l'induction magnétique,

$$\alpha_p \approx \left(\frac{e_p^2}{12\rho} \right) \quad (I.32)$$

e_p étant l'épaisseur de la tôle (m)

Pour plus de détails sur la détermination des coefficients de cette formulation et de son adaptation pour différentes formes de l'induction, le lecteur peut se reporter à la thèse d'E. Hoang [I.27].

I.5.3 Les pertes mécaniques

Les pertes mécaniques sont de multiples origines, et prennent en compte les frottements dus à la rotation de la partie tournante de la machine. On trouve essentiellement :

- Les pertes par frottement dans les roulements sont dues au contact des corps roulants, mouvements du lubrifiant et du fluide, et des joints intégrés aux roulements. Ces frottements dépendent de nombreux facteurs à savoir : type de lubrification (graisse, barbotage ou injection d'huile), viscosité et type de géométrie du roulement. L'évaluation de ces pertes peut être effectuée par l'utilisation de formules issues de l'expérience et souvent proposée par les constructeurs de roulements. Le couple de frottement dans les roulements est donné par la formule suivante [I.11] :

$$C_f = K_r R_r F_r \quad (I.33)$$

avec : F_r charge radiale transmise (N)

K_r coefficient variant selon le type de roulement

R_r rayon moyen du roulement (m)

- Les pertes par ventilation sont localisées à l'intérieur de la carcasse où l'air est brassé, ce qui génère une résistance mécanique. La détermination de ces pertes est basée sur l'utilisation des résultats de mesures effectuée sur de nombreuses machines, présentés sous forme d'abaques en fonction de la vitesse et de la puissance utile ou sous forme d'expressions approchées. A titre d'exemple la formule suivante donne un ordre de grandeur des pertes par ventilation [I.11] :

$$P_V(W) = 0,3 \text{ à } 0,7(P_u V_t^2 10^{-5}) \quad (\text{I.34})$$

avec : P_u puissance utile de la machine en W
 V_t vitesse tangentielle du rotor en m/s

- Les pertes aérodynamiques qui sont dues au fluide gazeux confiné dans le volume dans l'entrefer d'une machine engendrant des frottements sur la surface du rotor en mouvement. Pour des vitesses élevées de la machine, les frottements par cisaillement deviennent non négligeables dans l'entrefer [I.15].

Les modèles thermiques développés dans ce travail concernent le bobinage et le fer statorique, ce qui nous amène à considérer uniquement les pertes Joule et les pertes fer.

I.6 Conclusion

Au cours de ce chapitre, le comportement magnétique des alliages ferromagnétiques en fonction de la température a été étudié. Il a été montré dans la littérature que l'élévation de la température influence et cause des dégradations des propriétés magnétiques de différents alliages ferromagnétiques. Même aux températures de fonctionnement normal des machines électriques ($T < 150^\circ\text{C}$), la température influence les propriétés magnétiques et en particulier l'induction de saturation, le champ coercitif et la perméabilité magnétique. La variation de l'aimantation à saturation n'apparaît fortement qu'au voisinage de 100°C avant la température de Curie pour la plupart des matériaux magnétiques. En effet, l'induction à saturation voit sa valeur décroître lentement avec la température. A l'approche de la température de Curie, l'induction à saturation des matériaux diminue très fortement. De même, l'induction rémanente voit sa valeur décroître avec la température. Cependant, l'augmentation de la température a pour conséquence d'améliorer la perméabilité pour des faibles valeurs de champ magnétique. Les différents alliages avec le fer (FeSi, FeCo) ont une bonne stabilité des propriétés magnétiques au voisinage de la température ambiante. En effet, la température de Curie est élevée permettant une variation lente des constantes électromagnétiques.

Une synthèse sur les caractéristiques magnétiques des trois principaux alliages utilisés dans les tôles des machines électriques a été établie. Le choix des matériaux dépend fortement du cahier des charges imposé. En termes de performances magnétiques, il est difficile de privilégier un matériau puisque tous les alliages présentent des avantages respectifs. Pour des applications à hautes températures, il a été montré que les alliages fer-cobalt sont les plus adaptés. Ces alliages présentent en effet une stabilité de leurs propriétés magnétiques pour des températures élevées.

Les différentes pertes dans les machines électriques sont les sources de chaleur dont la dissipation est régie par trois modes de transmissions. Les transferts de chaleurs nécessaires à la modélisation thermique des machines électrique ont été présentés dans ce chapitre.

La suite de ce travail traite le bobinage pour le remplacer avec un seul matériau homogène équivalent ayant les mêmes propriétés thermiques. Le modèle homogénéisé est ensuite intégré dans un schéma thermique dont les éléments thermiques du schéma sont déduits à partir des équations de la chaleur discrétisées. La méthode numérique utilisée pour la discrétisation des équations de la chaleur est la Finite Integration Technique (FIT).

I.1 Bibliographie

- [I.1] Y. Alhassoun, Etude et mise en œuvre de machines à aimantation fonctionnant à haute vitesse", thèse de doctorat à l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Spécialité : Génie électrique, 2005.
- [I.2] F. Leprince-Ringuet, "matériaux ferromagnétiques usuels", Technique de l'ingénieur, K718.
- [I.3] G. Couderchon, "Alliages fer-nickel et fer-cobalt", Technique de l'ingénieur, D2130.
- [I.4] G. Couderchon, "Alliages magnétiques doux", Technique de l'ingénieur, M350.
- [I.5] G. J. C. Bavay et J. Verdun, "Alliages fer silicium", Technique de l'ingénieur, D2110.
- [I.6] L. Zegadi et J.J. Rousseau, "Phenomenological model for soft ferrites Mnzn including the temperature", IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference, pp. 1137-1142, 1997.
- [I.7] M. Dubois, "matériaux de l'électrotechnique", IGEE-403, 2006.
- [I.8] R. M. Bozorth, "Ferromagnetism", Wiley-IEEE Press, 1993.
- [I.9] Y. Bertin, "Refroidissement des machines électriques tournantes", Technique de l'ingénieur, D3460.
- [I.10] R. Glises, "Simulation du comportement thermique", Technique de l'ingénieur, D3760.
- [I.11] G. Grellet, "Pertes dans les machines tournantes", Technique de l'ingénieur, D3450.
- [I.12] J-F. Trigeol, Y. Bertin and P. Lagonotte, "Thermal modeling of an induction machine through the association of two numerical approaches", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 21, No.2, 2006.
- [I.13] A. Lefevre, " Contribution à la modélisation électrique, électromagnétique et thermique des transformateurs. Application à l'étude de l'échauffement sur charges non linéaires ", thèse de doctorat à l'université de Nantes, Spécialité : Electronique et génie électrique Ecole polytechnique, 2006.
- [I.14] M. Bouafia, Y. Bertin, J.B., Saulnier et P. Robert "Analyse expérimentale des transferts de chaleur en espace annulaire étroit et rainuré avec cylindre intérieur tournant", International Journal of Heat and Mass Transfer, 41, n° 10, p. 1279-91, 1998.
- [I.15] D. Trichet, "Contribution à la modélisation, à la conception et au développement du chauffage par induction des matériaux composites", thèse de doctorat à l'université Saint Nazaire, Spécialité: Electronique et Génie Electrique, 2000.
- [I.16] A. Fasquelle, "Contribution à la modélisation multi-physique électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction", thèse de doctorat à l'école centrale de Lille, Spécialité : Génie Electrique, 2007.

- [I.17] R. Lebourgeois, "Ferrites doux pour l'électronique de puissance", Technique de l'ingénieur, N3260.
- [I.18] R. Lebourgeois, "Ferrites faibles pertes pour applications fréquentielles", Technique de l'ingénieur, E1760.
- [I.19] L. Lechevallier, "Aimants permanents, applications et perspectives", Technique de l'ingénieur, E1760.
- [I.20] N. Ä Ozisik, "Finite difference methods in heat transfer", CRC Press, 1994.
- [I.21] A. Giret, "Transferts thermiques convectifs dans le cadre de machines tournantes", thèse de doctorat à l'école nationale supérieure de mécanique et d'aérotechnique et de l'université de Poitiers, Spécialité : Energie, thermique, 2009.
- [I.22] J. Donea, "On the accuracy of finite element solutions to the transient heat-conduction equation", International Journal for Numerical Methods in Engineering 8 (1974), p. 103-110.
- [I.23] F. P. Incropera and D. P. DeWitt, "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", Wiley 1996.
- [I.24] E. L. Wilson, K.-J. Bathe and F. Peterson, "Finite element analysis of linear and nonlinear heat transfer", Nuclear Engineering and Design (1974), p. 110-124.
- [I.25] K.-J. Bathe and M. Khoshgoftaar, "Finite element formulation and solution of nonlinear heat transfer", Nuclear Engineering and Design 51 (1979), p. 389-401.
- [I.26] Y. Debard, "Méthode des éléments finis : thermique", cours de l'université du Mans.
- [I.27] E. Hoang, "Etude, modélisation et mesure des pertes magnétiques dans les moteurs à réluctance variable à double saillance", thèse de doctorat à l'école normale supérieure de Cachan. Spécialité : Electrotechnique, 1995.
- [I.28] R. W. Lewis, P. Nithiarasu et K. N. Seetharamu, "Fondamentals of the finite element method for heat and fluid flow", Wiley, 2004.
- [I.29] V, Phanilatha. M.S, Nakhla. Q-J, Zhang and D-G, Liu "Finite element transient thermal analysis of electronic boards and packages using moment-matching techniques", Thermal Phenomena in Electronic Systems, 1996, p. 391- 398.
- [I.30] "Report on the magnetic characterization of Fe-Co laminations versus frequency, peak polarization value, and temperature", Istituto Nazionale Di Ricerca Metrologica (INRIM) à Turin.

CHAPITRE II

Homogénéisation et étude des répartitions des conducteurs dans l'encoche

II.1 Introduction

L'élévation de la température est l'un des principaux paramètres limitant la puissance nominale des machines électriques [II.2] [II.6]. La température atteinte au niveau du point chaud, généralement localisée dans les bobinages, peut avoir de graves conséquences sur le système d'isolation des enroulements et peut ainsi réduire la durée de vie des machines électriques, voire conduire à la défaillance du moteur [II.1] [II.8]. La valeur de la température maximale est conditionnée par la valeur de la conductivité thermique des matériaux utilisés et de la géométrie de la structure. Une des difficultés rencontrée lors de la modélisation thermique des machines électriques concerne la représentation du bobinage dans l'encoche, de part sa structure hétérogène, composée de plusieurs matériaux avec différentes propriétés physiques [II.7]. Par conséquent, l'évaluation du point chaud dans les conducteurs par la méthode des éléments finis avec une grande précision exige un maillage très fin conduisant à un temps de calcul important. Il est donc intéressant de pouvoir remplacer l'ensemble des conducteurs par un seul matériau homogène équivalent permettant de reproduire un comportement thermique similaire au cas réel du bobinage. Ainsi, nous nous intéressons dans ce chapitre à la conductivité équivalente du bobinage. Celle ci dépend de plusieurs facteurs, à savoir la forme géométrique des conducteurs dans l'encoche (considérés ici ronds, en méplats ou carrés), leurs dimensions géométriques, leur répartition dans l'encoche et la valeur du taux de remplissage. Nous recherchons alors l'influence de ces paramètres sur la valeur de la conductivité thermique équivalente du bobinage et par conséquent sur la température maximale.

La répartition des conducteurs dans l'encoche influence directement la valeur de la conductivité thermique équivalente du bobinage. Ainsi trois répartitions sont étudiées dans cette partie (voir figure II.1) :

- 1- Répartition en carré
- 2- Répartition en quinconce
- 3- Répartition aléatoire

Le but est de déterminer la conductivité effective du bobinage pour chaque valeur du taux de remplissage et d'en déduire une répartition optimale des conducteurs dans le bobinage permettant d'avoir la meilleure évacuation de la chaleur possible.

Pour une configuration connue et régulière de la distribution des conducteurs, une cellule élémentaire représentative de toute l'encoche peut être considérée afin de calculer la conductivité thermique équivalente [II.7] [II.10] [II.11] (voir figure II.1). Cependant, dans le cas d'une répartition aléatoire des conducteurs, il n'est pas bien sûr envisageable de trouver un motif élémentaire permettant de représenter toute l'encoche.

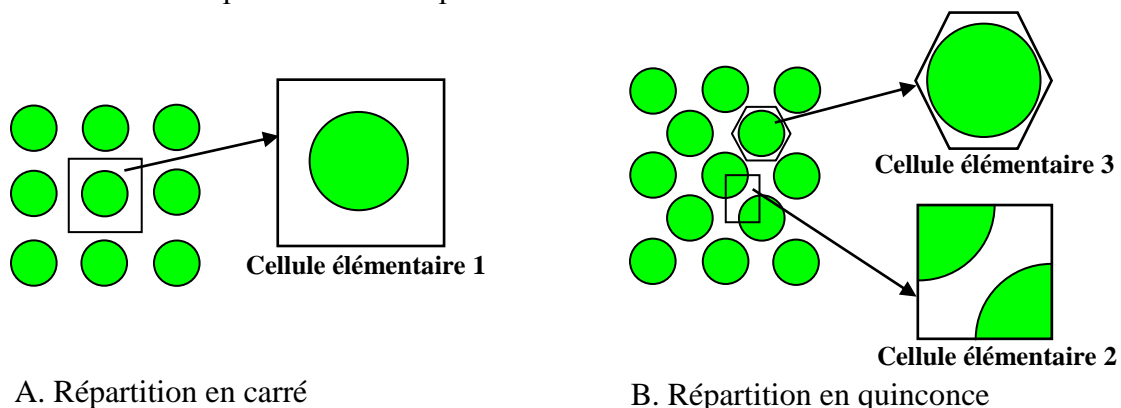


Figure II.1. Répartitions des conducteurs en carré et en quinconce

Dans la première partie de ce chapitre, une homogénéisation des propriétés thermiques du bobinage est étudiée sans tenir compte de l'effet de structure sur le calcul thermique. La conductivité thermique équivalente est déterminée en se basant sur des cellules élémentaires périodiques et représentatives de toute l'encoche pour les répartitions en carrés et en quinconce. Une homogénéisation semi-analytique est proposée pour les répartitions aléatoires à partir des travaux de Hashin-Shtrikman et Milton [II.9] [II.12]. Dans une deuxième partie, une homogénéisation de l'encoche est étudiée en tenant compte de l'effet de bord où il est difficile de représenter toute la géométrie par des cellules élémentaires. Pour chaque répartition des conducteurs, la technique d'homogénéisation est vérifiée en calculant les températures maximales et moyennes du bobinage dans les modèles hétérogène et homogène. A l'issue de ces études, une comparaison thermique sur la répartition des conducteurs est effectuée. Pour différentes valeurs du taux de remplissage, les conductivités thermiques équivalentes et les températures du bobinage sont comparées.

Dans la dernière partie, une étude de l'influence des dimensions géométriques des conducteurs sur les conductivités thermiques équivalentes et les températures est réalisée. Deux formes géométriques des conducteurs sont considérées (conducteurs ronds et carrés). A taux de remplissage fixé, les conductivités thermiques équivalentes et les températures sont déterminées en faisant varier les rayons ou les arêtes des conducteurs. Enfin, une comparaison thermique sur la forme géométrique des conducteurs est réalisée.

II.2 Homogénéisation thermique du bobinage des machines électriques

La recherche des propriétés effectives du milieu hétérogène suppose que les dimensions de la structure sont suffisamment grandes devant l'échelle des inclusions. L'approche par homogénéisation peut être alors adaptée à ce type de microstructures où le milieu hétérogène peut être remplacé par un milieu homogène [II.27]. Plusieurs approches peuvent être considérées :

- Approche analytique
- Calcul des propriétés effectives par la méthode des éléments finis

L'approche analytique, bien qu'elle soit complexe à établir, fournit des estimations et des bornes analytiques permettant de déterminer les propriétés effectives avec un temps de calcul très court. La modélisation par éléments finis, basée sur la discrétisation de l'espace et la résolution numérique des équations algébriques, fournit une solution prenant compte la structure du problème [II.27]. Le temps de calcul peut vite devenir élevé suivant le raffinement du maillage. Cependant, cette technique permet d'obtenir plus de détails en chaque élément du maillage.

Dans cette partie, la conductivité effective est déterminée par la méthode des éléments finis qui est comparée aux estimations analytiques. Le calcul est basé sur des cellules élémentaires dans le cas d'une répartition régulière ou plusieurs tirages aléatoires dans le cas d'une microstructure non connue (répartition aléatoire). L'effet de structure n'est pas pris en compte dans cette étude. Le bord et les dimensions de la géométrie n'influencent donc pas la valeur de la conductivité thermique équivalente. En effet, la structure réelle de l'encoche peut avoir un effet direct sur la détermination de la conductivité thermique équivalente. Dans le cas d'une répartition en quinconce par exemple, les cellules élémentaires 2 et 3 (figure II.1) peuvent ne pas être représentatives de toute la géométrie.

Dans toute l'étude qui suit, le taux de remplissage est calculé par rapport à la proportion du cuivre dans l'encoche sans émail, que l'on considère de même propriété physique que la résine du point de vue thermique pour simplifier l'étude. Sa valeur est calculée de la manière suivante :

$$\tau = \frac{N_c \cdot S_c}{S_e} \quad (\text{II.1})$$

N_c : Nombre de conducteurs dans l'encoche.

S_c et S_e : Surfaces des conducteurs et de l'encoche respectivement.

II.2.1 Conductivité thermique équivalente dans le cas des répartitions régulières

Dans le cas d'un arrangement régulier de deux phases, plusieurs méthodes sont utilisées pour déterminer la conductivité thermique équivalente. Citons par exemple la technique d'intégration déjà employée dans [II.7] [II.16] [II.23] [II.24] [II.25], qui peut être utilisée pour calculer la conductivité thermique équivalente du bobinage dans les différentes directions. En se basant sur des cellules élémentaires (figure II.1), la conductivité effective peut être obtenue par des expressions intégrales. Cependant, cette technique nécessite une résolution numérique et par conséquent un temps de calcul plus long. Les travaux de Perrins *et al.* [II.27] ont conduit à des expressions analytiques pertinentes de la conductivité effective d'un milieu composé des cylindres répartis régulièrement (carré et quinconce). Leurs travaux sont basés

sur la méthode de Rayleigh (1892) utilisée initialement pour des sphères périodiques [II.30]. En considérant un composite de deux phases, la phase 1 représente les conducteurs en cuivre (de conductivité thermique λ_{cu} et de fraction volumique τ_1), et la phase 2 caractérise la résine qui représente la matrice du milieu (de conductivité thermique λ_{re} et de fraction volumique τ_2), de telle manière que $\tau_1 + \tau_2 = 1$. Perrins *et al.* expriment les formules analytiques des conductivités thermiques équivalentes λ_{eff} du bobinage pour les deux répartitions en quinconce et carré respectivement [II.27] :

$$\lambda_{eff} = \lambda_{re} \cdot \left(1 - 2\tau_1 / \left(T + \tau_1 - \frac{0.075422 \cdot \tau_1^6 \cdot T}{T^2 - 1.060283 \cdot \tau_1^{12}} - \frac{0.000076 \tau_1^{12}}{T} \right) \right) \quad (II.2)$$

$$\lambda_{eff} = \lambda_{re} \cdot \left(1 - 2\tau_1 / \left(T + \tau_1 - \frac{0.05827 \cdot \tau_1^4 \cdot T}{T^2 - 1.402958 \cdot \tau_1^8} - \frac{0.013362 \tau_1^8}{T} \right) \right) \quad (II.3)$$

Où :

$$T = (1 + \sigma) / (1 - \sigma)$$

$$\sigma = \frac{\lambda_{cu}}{\lambda_{re}} \text{ (le ratio des conductivités thermiques du milieu)}$$

Une autre alternative consiste à résoudre les équations de la chaleur par la méthode des éléments finis (EF) sur un élément représentatif du matériau hétérogène. Ensuite, la conductivité thermique équivalente est calculée dans les deux directions (X et Y) en utilisant la relation de Fourier qui exprime que le flux de chaleur $\vec{\varphi}$ est proportionnel au gradient de la température :

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (II.4)$$

T représente la température et λ la conductivité thermique du matériau.

Une différence de température $T_2 - T_1$ est alors imposée entre deux côtés de l'échantillon (figure II.2), ce qui permet de calculer le flux moyen sur une des parois selon la direction désirée. La figure suivante montre les conditions limites imposées aux différents échantillons élémentaires en considérant la direction X [II.11] [II.26] :

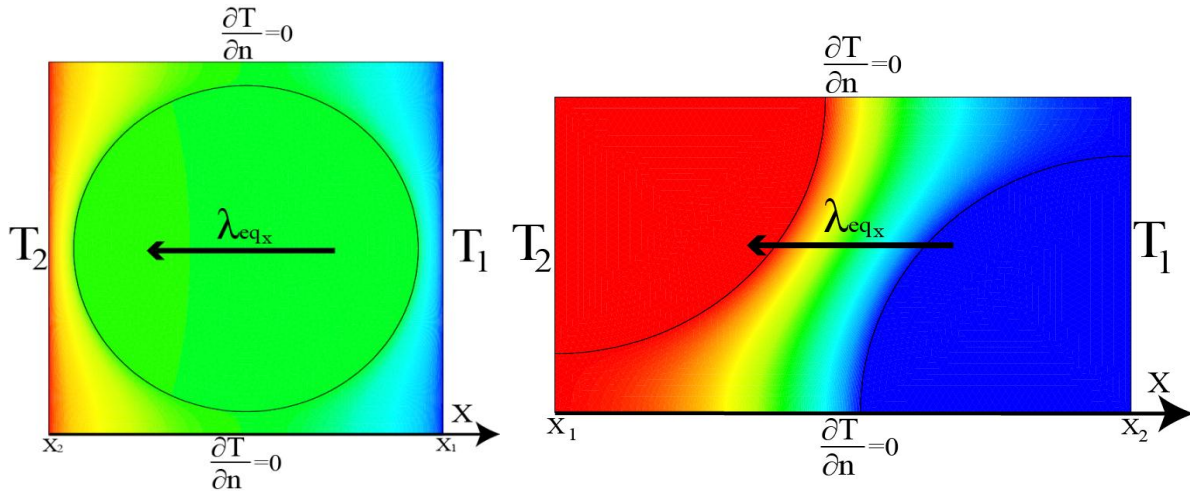


Figure II.2. Calcul de la conductivité thermique équivalente des cellules élémentaires

La conductivité effective λ_{eff} du matériau hétérogène est alors obtenue en utilisant la relation de Fourier et les hypothèses précédentes :

$$\lambda_{eff} = \langle \varphi \rangle \frac{x_2 - x_1}{T_2 - T_1} \quad (II.5)$$

Si nécessaire (pour d'autres cellules élémentaires), la conductivité thermique équivalente dans la direction Y peut être déterminée de la même manière avec un second calcul. Il est alors possible de montrer que pour les deux cellules élémentaires précédentes présentent un comportement thermique identique dans les directions X et Y.

Par sa géométrie, la cellule élémentaire 3 (figure II.1) est difficile à utiliser par cette méthode pour calculer la conductivité thermique équivalente, à cause des conditions limites complexes. En effet, imposer une température constante sur le côté de la cellule suppose qu'il est isotherme qui n'est pas le cas dans une répartition réelle. Dans le cas des cellules 1 et 2, les axes $X=X_1$ et $X=X_2$ (figure II.2) sont isothermes dans une structure réelle. En effet, les axes passant par les côtés des cellules élémentaires présentent une antisymétrie ce qui conduit à une iso thermie sur ces axes.

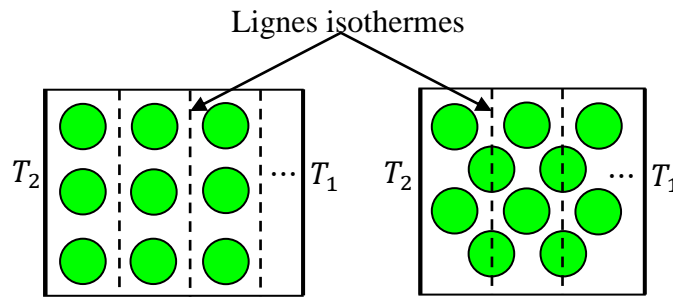


Figure II.3. Lignes isothermes dans une structure réelle

Dans le cas de la cellule élémentaire 3, des conditions de périodicités peuvent être appliquées sur les côtés de la cellule (figure II.4). La conductivité effective est alors obtenue en moyennant le flux thermique et le gradient de la température sur toute la surface de l'échantillon. L'équation (II.5) n'est donc pas applicable pour cet exemple.

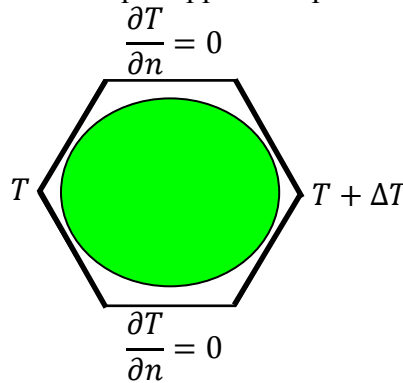


Figure II.4. Conditions de périodicités

Les conductivités thermiques utilisées pour le calcul de la conductivité effective du milieu hétérogène ont pour valeurs : $\lambda_{cu} = 401$ et $\lambda_{re} = 0,25 W/m/K$ (conducteurs en cuivre et résine respectivement).

La conductivité effective du matériau hétérogène est calculée par EF pour différentes valeurs du taux de remplissage, en se basant sur les deux cellules élémentaires de la figure II.2 et les différentes hypothèses. Le calcul est effectué uniquement dans la direction X puisque la microstructure considérée est isotrope, et que par conséquent les conductivités effectives dans les deux directions sont identiques. Les résultats obtenus, comparés aux estimations proposées par Perrins *et al* (II.2) et (II.3), sont présentés sur la figure suivante :

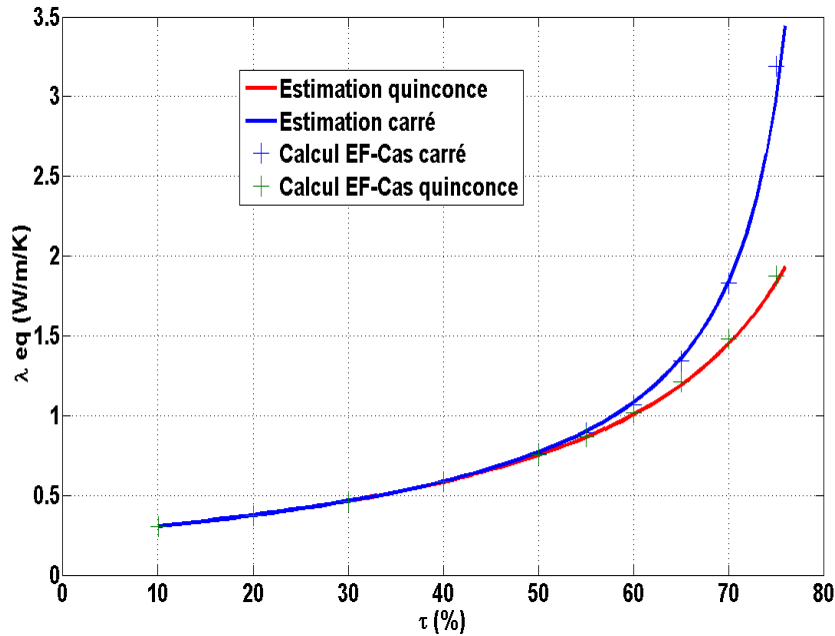


Figure II.5. Conductivités thermiques équivalentes

La figure II.5 montre effectivement que les expressions analytiques données par Perrins *et al*, sont en accord avec les calculs obtenus par EF pour différentes valeurs du taux de remplissage. Pour des faibles et moyennes valeurs du taux de remplissage, les deux modèles donnent des valeurs très proches les une des autres. A forte valeur du taux de remplissage, les conductivités effectives obtenues pour les deux types de distribution sont très distinctes. Les résultats obtenus par les expressions analytiques et par la méthode EF, montrent clairement que la répartition des conducteurs en carré présente une conductivité thermique équivalente plus importante. Par conséquent, une meilleure évacuation de la chaleur peut être obtenue par une répartition en carré en comparaison d'une répartition en quinquonce.

II.2.2 Conductivité thermique équivalente dans le cas d'une répartition aléatoire

La répartition précise des conducteurs dans une encoche est souvent méconnue et proche d'une répartition aléatoire [II.3] [II.17], ce qui complique la détermination de la conductivité thermique équivalente du bobinage. Une solution couteuse en temps de calcul est de moyenner un nombre important de résultats obtenus par méthode numérique. Cependant, la conductivité thermique équivalente du bobinage peut aussi s'obtenir en passant par une homogénéisation du matériau basée sur une modélisation semi-analytique.

II.2.2.1 Conductivité thermique équivalente d'un milieu à deux phases

Plusieurs modèles de microstructure sont proposés dans la littérature, le but est de déterminer des bornes supérieures et inférieures qui encadrent les valeurs possibles des propriétés effectives. Voigt et Reuss ont proposé un modèle basé sur une microstructure série et parallèle, où la valeur de la conductivité effective de tout milieu hétérogène est nécessairement comprise entre les bornes de ce modèle. Hashin et Shtrikman proposent des bornes plus étroites que celles de Voigt et Reuss dans le cas d'une répartition isotrope des phases. Le modèle est basé sur une microstructure constituée d'une infinité des sphères composites, chacune étant composée d'une sphère (inclusion) entourée d'une couronne concentrique (matrice). Le rapport des rayons des sphères et des couronnes est constant quelle

que soit la taille des sphères composites et dépend du taux de remplissage considéré. La matrice est ainsi remplie totalement des sphères composites de tailles décroissantes jusqu'à l'infiniment petit.

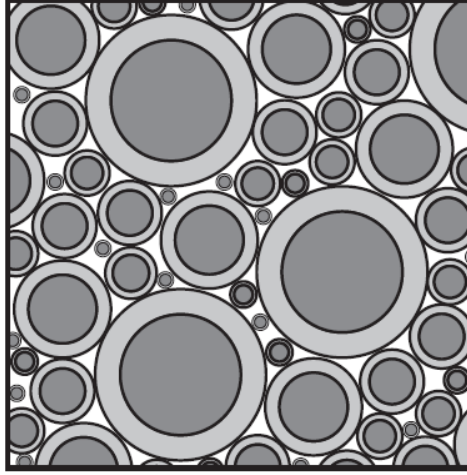


Figure II.6. Modèle des sphères composites proposé par Hashin et Shtrikman [II.11] [II.27] (pour des raisons de simplicités des disques sont représentés sur cette figure)

Une microstructure hétérogène en 2D composée des cylindres peut se déduire à partir de la structure de Hashin [II.11]. Pour ce type de microstructures à deux phases, une estimation satisfaisante de la conductivité effective d'un milieu hétérogène isotrope peut être obtenue à partir d'une des bornes données par Hashin et Shtrikman [II.11] [II.12].

Plus récemment une autre méthode d'homogénéisation adaptée à notre étude a été développée par Milton [II.9]. Le modèle de Milton considère que la microstructure est constituée des fibres cylindriques réparties d'une manière isotrope dans une matrice. L'homogénéisation de Milton nécessite cependant une information micro-structurale supplémentaire liée à la forme des inclusions dans le milieu, ici cylindrique.

La conductivité effective s'obtient en fonction des conductivités de chacune des phases, ainsi que de leur fraction volumique. Ainsi, dans le cas de Hashin et Shtrikman en 2D, la conductivité effective peut être obtenue avec l'expression :

$$\lambda_{eq} = \lambda_{re} \cdot \frac{(1+\tau_1) \cdot \lambda_{cu} + (1-\tau_1) \cdot \lambda_{re}}{(1-\tau_1) \cdot \lambda_{cu} + (1+\tau_1) \cdot \lambda_{re}} \quad (II.6)$$

Dans le cas de l'estimation de Milton, la conductivité effective s'exprime par :

$$\lambda_{eq} = \lambda_{cu} \cdot \frac{(\tau_1 \cdot \lambda_{cu} + \tau_2 \cdot \lambda_{re} + \lambda_{re}) \cdot (\lambda_{cu} + \lambda_{re}) - \tau_1 \cdot \zeta (\lambda_{cu} - \lambda_{re})^2}{(\tau_2 \cdot \lambda_{cu} + \tau_1 \cdot \lambda_{re} + \lambda_{cu}) \cdot (\lambda_{cu} + \lambda_{re}) - \tau_1 \cdot \zeta (\lambda_{cu} - \lambda_{re})^2} \quad (II.7)$$

Le coefficient ζ , appelé paramètre micro-structural, dépend de la forme géométrique des inclusions et de la fraction volumique, et ne peut pas être obtenu par une expression analytique simple. Torquato et Lado [II.14] ont déterminé ce paramètre pour des répartitions aléatoires d'inclusions cylindriques dans une matrice. Les valeurs sont données dans le tableau suivant :

τ_1 (%)	10	20	30	40	50	55	60	65
ζ	0,032	0,063	0,092	0,121	0,165	0,194	0,251	0,375

Tableau II.1. Valeurs du paramètre micro structuel pour des inclusions cylindriques [II.14]

Pour effectuer une comparaison de ces solutions, nous déterminons la conductivité thermique équivalente par la méthode des éléments finis en considérant une microstructure à deux phases réparties aléatoirement. Pour ce faire, 100 tirages aléatoires sur les répartitions des inclusions dans une matrice de forme carrée sont réalisés. Ainsi, pour chaque tirage la conductivité effective est déterminée en se basant sur la méthode expliquée auparavant en considérant la microstructure suivante :

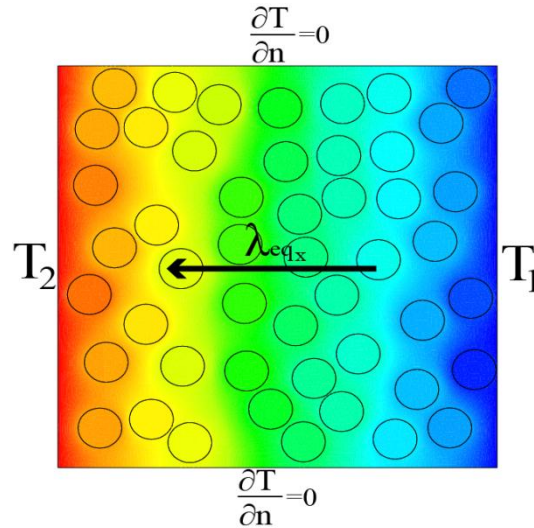


Figure II.7. Microstructure à répartition aléatoire utilisée pour le calcul éléments finis

Les tirages permettant d'obtenir les distributions aléatoires sont réalisés en respectant une contrainte de non chevauchement, et en imposant une distance minimale entre deux conducteurs. La valeur du rayon des conducteurs est fixée à 0,5 mm pour toutes valeurs du taux de remplissage. Les résultats numériques obtenus (figure II.8) sont comparés aux estimations analytiques (II.6) et (II.7). Le but est d'évaluer quel modèle d'homogénéisation semble le plus adapté au cas des bobinages des machines électriques.

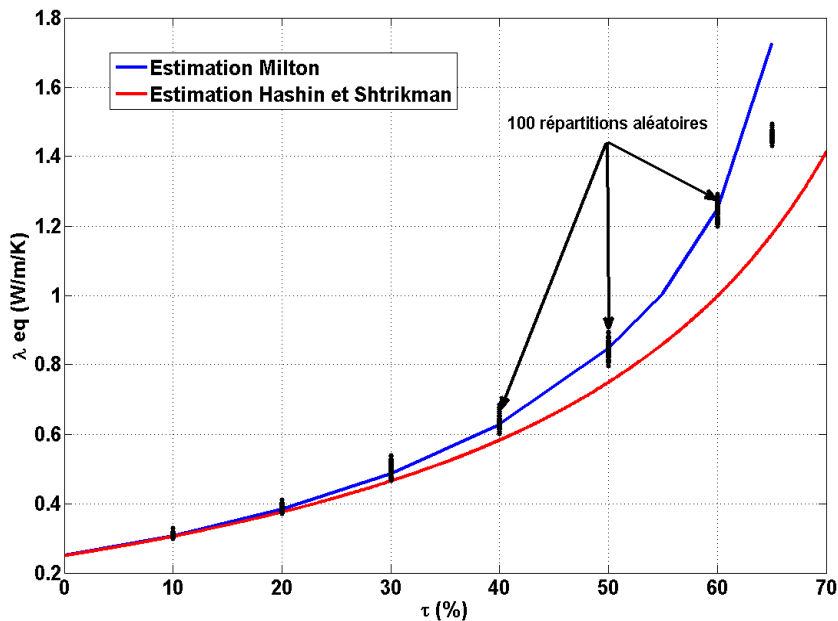


Figure II.8. Conductivité thermique équivalente en fonction du taux de remplissage

Les résultats de simulation obtenus sont proches de la conductivité effective obtenue avec l'estimation de Milton, ceci pouvant s'expliquer par la forme des inclusions. En effet, l'estimation de Milton a été déterminée pour des microstructures plus proches de celle utilisée pour le calcul éléments finis (figure II.7). Pour de faibles valeurs du taux de remplissage, les deux estimations prédisent précisément le comportement effectif de la microstructure. Pour des taux de remplissage importants (au delà de 30%), seule l'estimation de Milton permet de fournir une valeur en adéquation avec la conductivité thermique équivalente calculée par éléments finis.

La structure du bobinage des machines électriques étant plus proche de la microstructure de Milton, l'estimation de Milton semble bien adaptée pour la détermination de la conductivité thermique équivalente du bobinage. L'intérêt principal de ces estimations est l'obtention de la conductivité effective du bobinage sans avoir recours au calcul par EF.

II.2.2.2 Conductivité thermique équivalente d'un milieu à trois phases

Dans les parties précédentes, la conductivité thermique équivalente a été déterminée sans présence de l'isolant entourant les conducteurs (vernis). Afin d'étudier l'influence de ce troisième matériau sur la conductivité effective du milieu hétérogène, nous proposons dans la partie suivante une étude d'homogénéisation pour le cas où le composite est constitué de trois matériaux. Le but est d'estimer dans quelle mesure il est nécessaire de tenir compte du vernis pour calculer la conductivité thermique équivalente du bobinage. Pour ce faire, Mori et Tanaka ont proposé un modèle d'homogénéisation pour un milieu constitué de trois phases permettant de déterminer les propriétés effectives du composite [II.15]. En comparaison aux estimations biphasées déjà étudiées précédemment, il est possible d'estimer l'influence de la présence du vernis sur la conductivité thermique équivalente.

Les conducteurs sont émaillés avec un vernis de conductivité thermique λ_{ver} . La conductivité thermique équivalente peut être exprimée par une des relations de Mori et Tanaka appliquée dans le cas du bobinage électrique :

$$\lambda_{eq} = \lambda_{re} \frac{(2 \cdot \lambda_{re} + \lambda_{cu}) \cdot (\tau_2 (2 \cdot \lambda_{re} + \lambda_{ver}) + 3 \cdot \tau_3 \cdot \lambda_{ver}) + 3 \cdot \tau_1 \cdot \lambda_{cu} (2 \cdot \lambda_{re} + \lambda_{ver})}{\tau_2 \cdot (2 \cdot \lambda_{re} + \lambda_{cu}) \cdot (2 \cdot \lambda_{re} + \lambda_{ver}) + 3 \cdot \lambda_{re} (\tau_1 (2 \cdot \lambda_{re} + \lambda_{ver}) + \tau_3 (2 \cdot \lambda_{re} + \lambda_{cu}))}$$

(II.8)

τ_1 , τ_2 et τ_3 représentent les rapports entre les surfaces occupées par les trois matériaux (conducteurs en cuivre, résine et vernis respectivement) et la surface utile de l'encoche.

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 1 \quad (II.9)$$

Remarque : en absence du troisième matériau (c.à.d. $\tau_3 = 0$), l'expression (II.8) se ramène à l'estimation de Hashin et Schtrikman en biphasé (II.6).

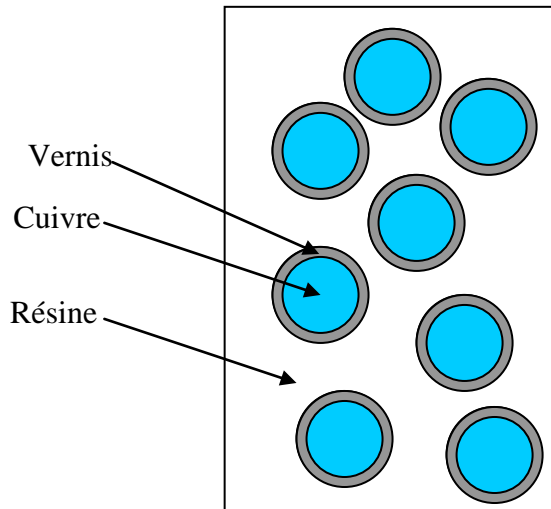


Figure. II.9. Le composite de l'encoche statorique en triphasé

L'épaisseur de l'isolant des conducteurs est souvent mal connue (la valeur usuelle est d'environ $25\mu\text{m}$). Par conséquent, il est intéressant d'étudier l'influence de la valeur de l'épaisseur sur la détermination de la conductivité thermique équivalente du bobinage en utilisant les estimations analytiques de l'homogénéisation. Dans un premier temps, la valeur de la conductivité effective est déterminée pour plusieurs valeurs de l'épaisseur allant de 10 à $50\mu\text{m}$. La valeur de la conductivité thermique de l'isolant (vernis) utilisée pour ce premier calcul est fixée à $0,5\text{W/m/K}$.

Une seconde étude est réalisée sur l'influence de la valeur de λ_{ver} sur la conductivité effective du bobinage dans le cas où on ignore la valeur précise de la conductivité thermique de cette couche. Ainsi, la conductivité thermique de l'isolant a varié de $0,3$ à 2 W/m/K . L'épaisseur du vernis est fixée à $25\mu\text{m}$, valeur classique que l'on peut rencontrer dans le cas réel des machines électriques. Lorsque la conductivité thermique de l'isolant est de $0,25\text{ W/m/K}$ (même valeur que celle de la résine), la conductivité effective du bobinage correspond à celle obtenue en biphasé.

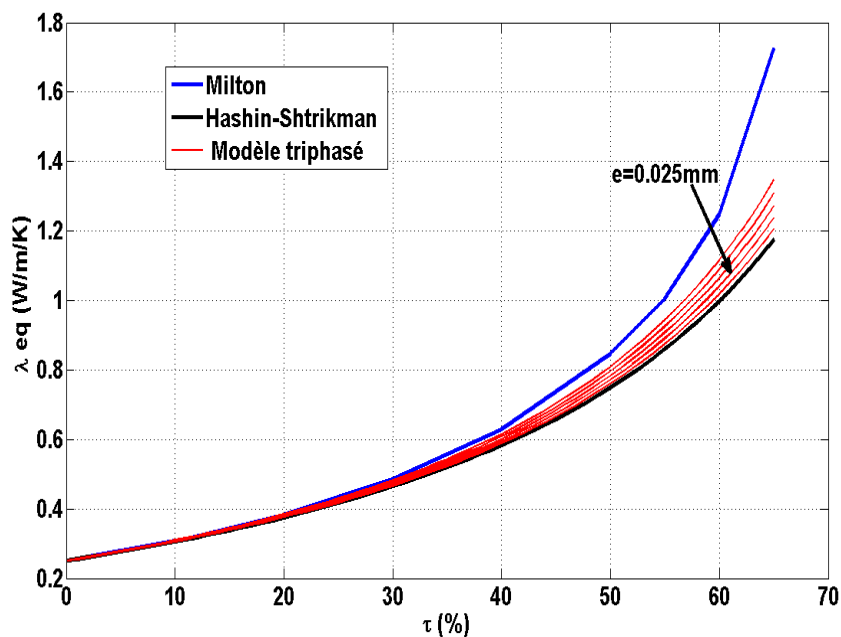


Figure. II.10. Variation des conductivités thermiques équivalentes pour différentes épaisseurs du vernis

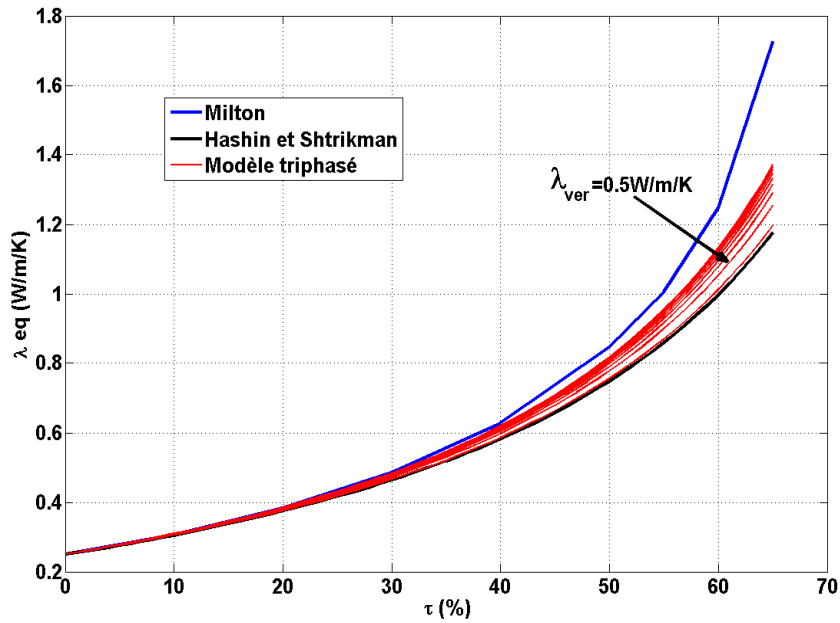


Figure. II.11. Variation des conductivités thermiques équivalentes pour différentes valeurs de la conductivité thermique du vernis

Les résultats obtenus pour différentes épaisseurs et conductivités thermiques du vernis montrent que la conductivité thermique équivalente en présence de l'isolant a augmenté de manière négligeable. Pour des fortes valeurs du taux de remplissage, l'augmentation de la conductivité thermique équivalente est plus importante qu'à faibles taux de remplissage où toutes les courbes sont confondues. Toutes les conductivités effectives obtenues dans le cas de trois phases sont cependant inférieures à celle obtenue par Milton. En considérant les valeurs usuelles de l'épaisseur et de la conductivité thermique du vernis (25 μm et 0.5W/m/K respectivement), l'augmentation de la conductivité thermique équivalente du bobinage en présence du vernis est présentée dans le tableau suivant :

$\tau_1(\%)$	10	20	30	40	50	60	65
$\frac{\Delta\lambda_{eq}}{\lambda_{eq}}(\%)$	0,55	1,2	1,89	2,76	3,88	5,42	6,72

Tableau II.2. Augmentation de la conductivité thermique équivalente du bobinage en présence du vernis

Le tableau II.2 montre que l'augmentation de la conductivité thermique équivalente du bobinage en présence du vernis est quasi proportionnelle aux taux de remplissage. L'augmentation maximale obtenue est de 6,72% pour un taux de remplissage de 65%. Dans le cas réel des machines électriques le taux de remplissage est autour de 50%. Pour cette valeur du taux de remplissage, l'augmentation de la conductivité thermique équivalente ne dépasse pas 4%.

En conclusion, la prise en compte de la conductivité thermique de la couche isolante pour déterminer la conductivité effective du bobinage n'est pas primordiale pour une première

approche du problème. Ceci est valable en tenant compte bien évidemment des grandeurs classiquement utilisées souvent dans le domaine des machines électriques.

II.2.3 Comparaison des propriétés thermiques pour des différentes microstructures à deux phases

Pour conclure sur cette première partie, il est intéressant de réaliser une comparaison entre les différentes microstructures sur la valeur de la conductivité thermique équivalente. Dans le cas des distributions régulières, les estimations de Perins *et al* peuvent être employées pour déterminer les propriétés effectives. Dans le cas d'une distribution aléatoire, l'estimation de Milton semble mieux adaptée. Les différentes estimations sont présentées sur la figure suivante :

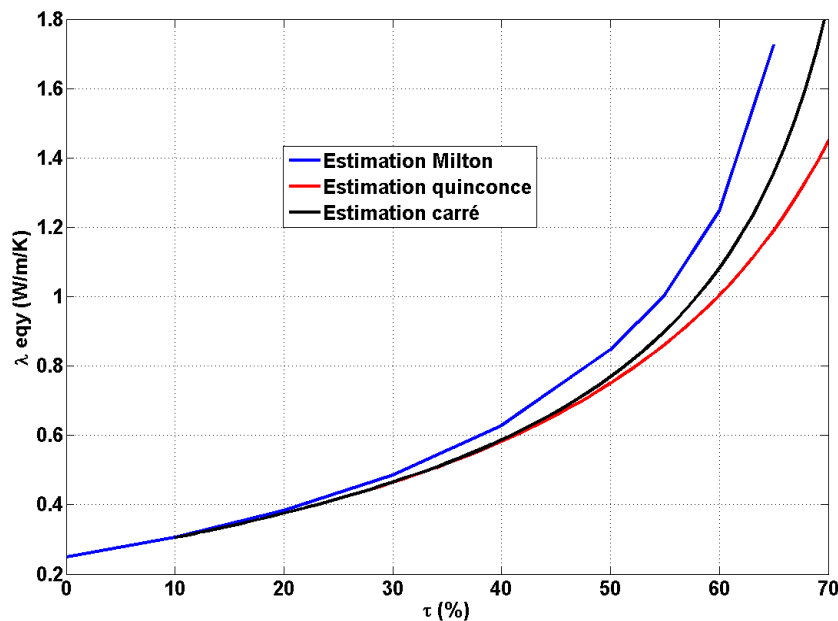


Figure. II.12. Comparaison des conductivités thermiques équivalentes

La figure II.12 montre qu'avec un milieu hétérogène dans lequel les conducteurs sont répartis aléatoirement, la conductivité thermique équivalente est plus importante que les autres répartitions régulières. En d'autres termes, une microstructure à répartition aléatoire est en moyenne plus conductrice de chaleur. Ceci peut s'expliquer par les espaces inter conducteurs, qui doivent être réduits dans le cas d'une répartition aléatoire. En effet, dans cette distribution, les espaces entre les conducteurs ne sont plus constants et par conséquent des chemins favorisant la conduction du flux de chaleur peuvent être formés. Dans le cas des répartitions régulières, les espaces inter conducteurs sont constants et ne conduisent pas à la présence des chemins plus courts. Les résultats montrent que la répartition en quinconce semble la plus défavorable en vue d'obtenir une conductivité effective importante.

Dans cette première partie d'homogénéisation, la conductivité thermique équivalente du bobinage a été déterminée en se basant sur des cellules élémentaires périodiques. Le calcul effectué suppose que l'effet de structure (par exemple, l'effet de bord dans le cas quinconce) n'influence pas la détermination de la conductivité thermique équivalente. Dans la partie suivante, nous étudions alors des cas plus proches des bobinages des machines électriques dans lesquels l'effet de structure est pris en compte dans les calculs thermiques. Trois répartitions

des conducteurs dans l'encoche sont étudiées à nouveau, pour déterminer les conductivités thermiques équivalentes du bobinage et les températures atteintes.

II.3 Etude thermique d'une encoche statorique des machines électriques

Afin de se rapprocher de la forme d'encoche retenue dans la pratique pour les machines électriques, la forme géométrique adoptée ici est rectangulaire. Pour de fortes valeurs du taux de remplissage, il est difficile d'obtenir des répartitions parfaitement en carré et en quinconce des conducteurs dans l'encoche à cause de l'effet de structure. Nous étudions alors ces répartitions adaptées à la forme géométrique de l'encoche, dans le but de réaliser une comparaison en vue d'une meilleure évacuation de la chaleur.

Les conductivités thermiques utilisées pour le calcul de la conductivité effective du bobinage sont les mêmes que dans la partie précédente. Les dimensions géométriques de l'encoche correspondent à celle retenue pour une machine à commutation de flux étudiée dans le projet de Sefora : $He = 14$ mm (hauteur de l'encoche) et $Le = 6$ mm (longueur de l'encoche). La valeur du rayon des conducteurs est fixée à 0,5 mm pour toutes valeurs du taux de remplissage et les différentes répartitions.

II.3.1 Conductivité thermique équivalente du bobinage

Les techniques d'homogénéisation semi-analytiques présentées précédemment ne tenant pas compte de l'effet de forme, elles ne permettront pas ici d'évaluer l'impact de la géométrie sur les valeurs des conductivités dans les différentes directions. C'est donc une approche numérique qui est retenue pour la suite.

Dans le cas du calcul des propriétés effectives en prenant compte de l'effet de bord, les conditions limites sont appliquées sur les parois de l'encoche (figure II.11).

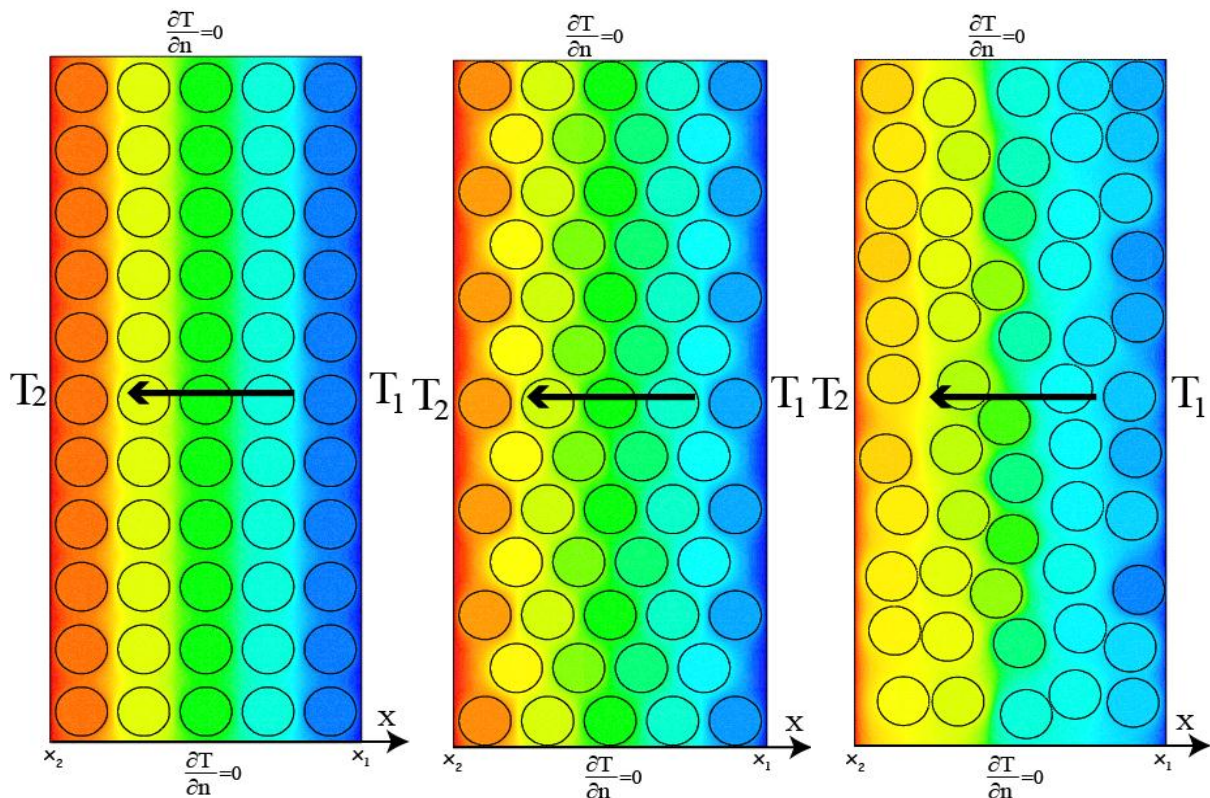


Figure II.13. Calcul de la conductivité thermique équivalente dans la direction X dans le cas de répartition en carré, quinconce et aléatoire respectivement

De même, la conductivité effective dans la direction Y est déterminée par une procédure identique. Cette méthode de calcul est appliquée pour les différentes configurations des conducteurs dans l'encoche et pour différentes valeurs du taux de remplissage afin d'étudier l'influence de ces dernières sur la valeur de la conductivité effective du bobinage. Dans cette partie, l'homogénéisation thermique de l'encoche est étudiée aussi en utilisant les expressions théoriques pour la détermination de la conductivité thermique équivalente. Le but est d'étudier l'impact de l'effet de structure sur l'utilisation des estimations théoriques pour l'homogénéisation de l'encoche statorique. Rappelons que les estimations de Perrins *et al* sont employées dans le cas des répartitions régulières des conducteurs dans l'encoche. Dans le cas des répartitions aléatoires, l'estimation de Milton est retenue pour la détermination théorique de la conductivité thermique équivalente.

II.3.2 Etude thermique de l'encoche dans le cas d'une répartition en carré

II.3.2.1 Obtention des conductivités effectives

Les conducteurs sont répartis en carré dans l'encoche comme l'illustre la figure II.14 :

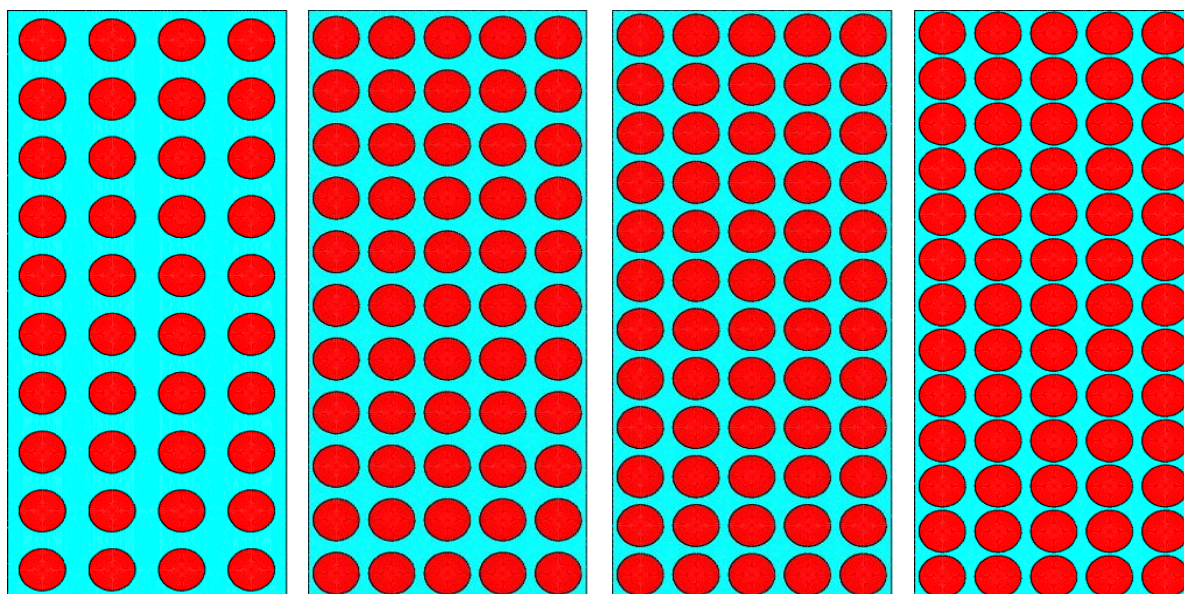


Figure II.14. Exemples de répartitions en carré des conducteurs pour différents taux de remplissage : 37, 51, 56 et 61%

Les résultats du calcul des conductivités thermiques équivalentes pour différents taux de remplissage sont présentés dans le tableau suivant :

τ (%)	9,34	19,63	33,65	37,39	51,42	56,09	60,77
λ_{eqx} (W/m/K)	0,301	0,371	0,511	0,535	0,855	0,905	0,942
λ_{eqy} (W/m/K)	0,301	0,371	0,497	0,567	0,757	0,972	1,464
$\lambda_{eq_théorique}$ (W/m/K)	0,301	0,371	0,504	0,550	0,804	0,931	1,117

Tableau II.3. Conductivités équivalentes du bobinage pour différents taux de remplissage

Les résultats montrent que les conductivités effectives (directions X et Y) du bobinage augmentent considérablement en fonction du taux de remplissage. Les conductivités effectives dans les deux directions sont presque identiques à de faibles valeurs du taux de remplissage, mais peuvent être différentes pour des taux de remplissages plus élevés. En effet, la répartition des conducteurs dans l'encoche est en carré à faible taux de remplissage. Alors la conductivité thermique équivalente calculée théoriquement correspond quasiment aux valeurs des conductivités thermiques déterminées dans les deux directions. Dans ce cas, les espaces entre les conducteurs sont identiques dans les deux directions ce qui conduit aux mêmes valeurs des conductivités effectives. En augmentant la valeur du taux de remplissage à rayon constant, le nombre des conducteurs dans l'encoche doit augmenter. Mais à une certaine valeur du taux de remplissage, le nombre des conducteurs dans la direction X est limité et ne peut dépasser 5 couches conducteurs (figure II.14). Pour continuer à augmenter le taux de remplissage, il est nécessaire d'ajouter des couches uniquement dans la hauteur de l'encoche. Par conséquent, la distribution des conducteurs n'est plus en carré à fortes valeurs du taux de remplissage (voir figure II.14, pour $\tau = 61\%$) mais reste proche. La cellule élémentaire devient rectangulaire et le matériau homogène équivalent n'est plus isotrope. En effet, les espaces entre les conducteurs dans la direction Y diminuent ce qui augmente fortement la conductivité thermique équivalente dans cette direction. Dans la direction X, la conductivité thermique équivalente augmente ainsi plus légèrement pour des taux de remplissage élevés. Dans ce cas, la conductivité thermique théorique est différente des conductivités thermiques déterminées dans les deux directions comme le montre le tableau II.3. Ce résultat est attendu puisque la conductivité thermique théorique est déterminée pour des cellules élémentaires carrées.

II.3.2.2 Vérification de la technique d'homogénéisation dans le cas d'une répartition en carré

La méthode d'homogénéisation a été testée dans un cas simple où les conducteurs sont répartis en carré en présence du fer stator. Pour des raisons de symétrie, une seule encoche entourée du fer de la structure statorique est étudiée, comme indiqué sur la figure suivante. La source de chaleur est due uniquement aux pertes par effet Joule dans les conducteurs en cuivre. La valeur de la densité de courant considérée est 20 A/mm^2 dans les conducteurs. Il est alors nécessaire de disposer de la même source de chaleur dans chacun des cas (hétérogène et homogène) afin de conclure sur le profil des températures pour valider la méthode d'homogénéisation. Ceci nécessite bien évidemment de faire une équivalence en source de chaleur dans le cas homogène. Dans le cas étudié, le bobinage est remplacé par un seul matériau homogène de conductivités effectives correspondant au taux de remplissage de 56% (tableau II.3). La température $T=0$ (figure II.15) est imposée comme condition limite de Dirichlet sur le bord extérieur du stator, ce qui permettra d'évaluer les écarts des températures du bobinage par rapport à la température extérieure. On suppose que tout le flux de chaleur s'évacue vers l'extérieur et par conséquent une condition de type Neumann est imposée sur les autres parois de la géométrie.

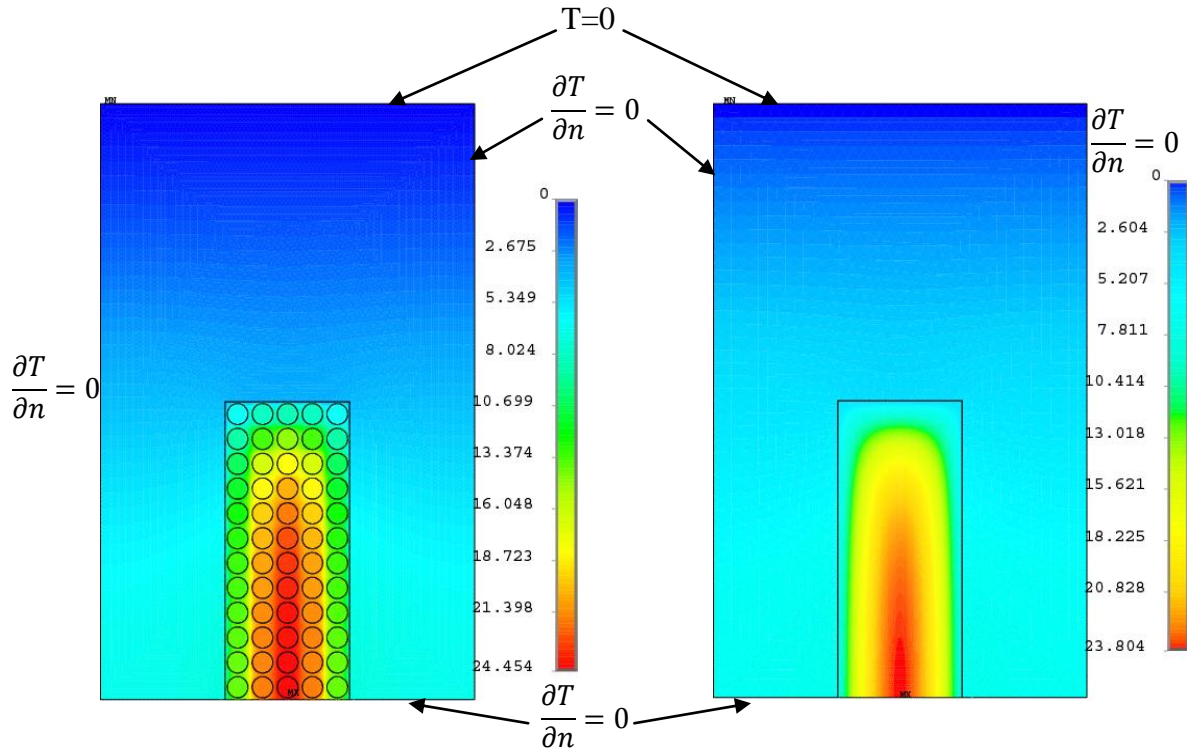


Figure II.15. Cartographies des températures dans l'encoche et le stator dans les cas hétérogène et homogène

On retrouve des profils de température similaires dans les deux cas étudiés et les valeurs des températures maximales obtenues sont proches. Le modèle homogénéisé de l'encoche ne permet pas bien sûr d'avoir les mêmes détails au sein de l'encoche. Le résultat de simulation montre que le gradient de température est beaucoup plus fort dans l'encoche où la température maximale est atteinte, comme cela pouvait se prévoir étant donné les valeurs relatives de conductivités thermiques des matériaux.

Afin d'analyser au mieux les profils de température dans les deux cas hétérogène et homogène, deux chemins de calculs sont définis (figure II.16), permettant de visualiser les variations des températures à ces emplacements.

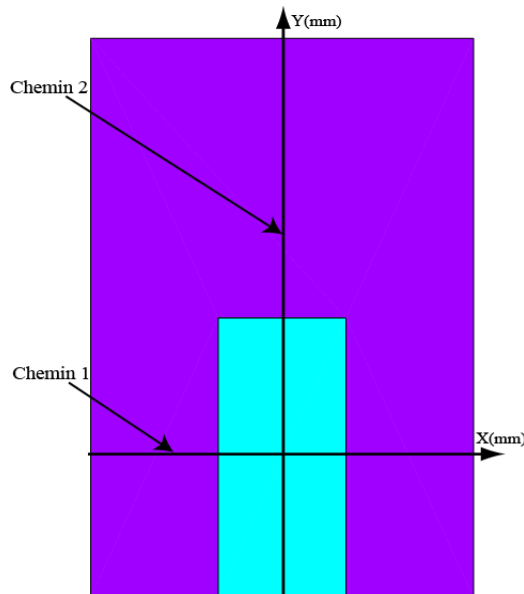


Figure II.16. Chemins de calcul des températures

Les résultats de simulation par éléments finis sont présentés sur les figures suivantes afin de montrer les variations de la température suivant les chemins indiqués précédemment dans les cas hétérogène et homogène :

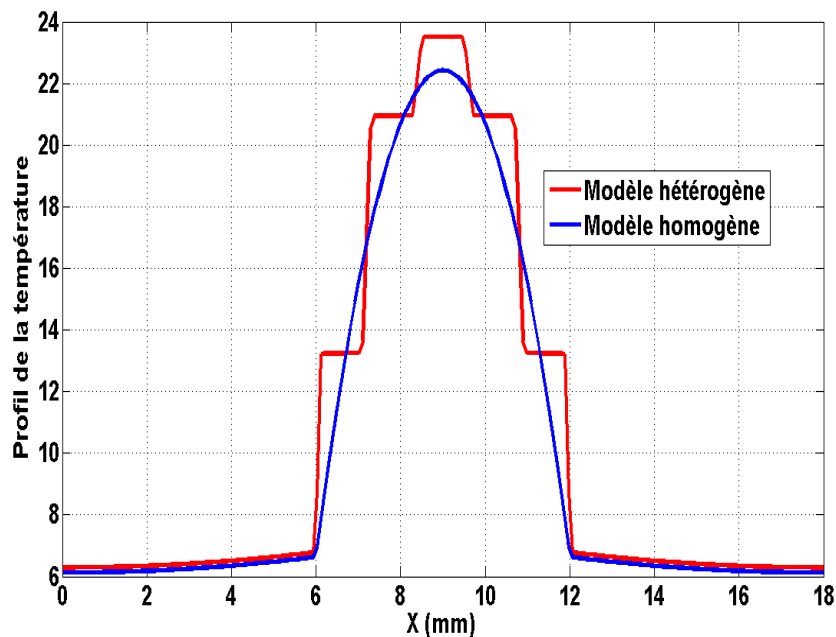


Figure II.17. Profil horizontal de la température dans les cas hétérogène et homogène

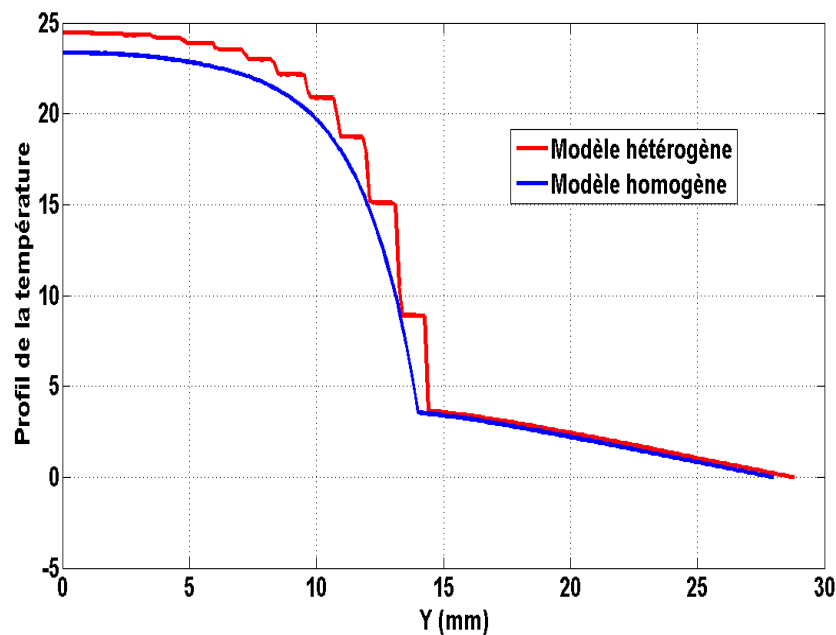


Figure II.18. Profil vertical de la température dans les cas hétérogène et homogène

Les résultats obtenus conduisent aux remarques suivantes :

- la température varie peu dans l'ensemble des parties constituant le stator, le gradient de température est beaucoup plus fort dans l'encoche.
- Les profils de températures dans le fer statorique sont quasiment confondus alors que dans l'encoche, les températures du cas hétérogène présentent des fluctuations autour des températures du cas homogène. Ces fluctuations sont dues aux hétérogénéités (conducteurs) présentes dans l'encoche.

- Les fluctuations de la température dans la direction X sont plus importantes que celles dans la direction Y, ceci montre que de fortes variations du gradient de températures sont suivant la direction horizontale. En effet, la surface d'échange dans cette direction est plus importante ce qui conduit à une meilleure évacuation de la chaleur.

Le tableau suivant donne les écarts des échauffements obtenus dans les cas hétérogène et homogène, pour les autres valeurs du taux de remplissage. Dans le cas homogène, les échauffements sont déterminés en remplaçant le bobinage par les conductivités thermiques équivalentes calculées par EF et théoriques (voir le tableau II.3).

τ (%)	9,34	19,63	33,65	37,39	51,42	56,09	60,77
$E_{max-hét}$ (K)	10,04	18,39	22,03	23,53	23,38	24,45	25,45
$E_{max-hom}$ (K)	9,56	16,81	22,05	23,58	22,76	23,80	24,84
$\frac{\Delta E_{max}}{E_{max}}$ (%)	4,78	8,56	0,09	0,21	2,65	2,73	2,45
$E_{max-hom}$ (théorique) (K)	9,56	16,73	22,26	23,09	23,77	23,36	24,01
$\frac{\Delta E_{max}}{E_{max}}$ (théorique) (%)	4,78	9,02	1,03	1,87	1,66	4,45	5,65

Tableau II.4. Echauffements maximaux pour différents taux de remplissage

L'erreur relative maximale obtenue est d'ordre 8,5% correspondant au taux de remplissage d'environ 20% dans le cas où les propriétés effectives du matériau homogène sont obtenues par EF. Les résultats montrent qu'à faible taux de remplissage, les écarts sur les échauffements maximaux sont plus importants qu'à taux de remplissage plus élevé. Par conséquent, le modèle homogénéisé semble moins précis à faible taux de remplissage. Pour des fortes valeurs du taux de remplissage, les écarts d'échauffement sont en pratique faibles et restent autour de 2,5%. Dans le cas du calcul théorique des conductivités effectives de l'encoche, les erreurs relatives sur les échauffements sont proches de ceux obtenus avec le matériau homogénéisé par EF sauf pour de forts taux de remplissage. Dans ce cas, la cellule élémentaire n'est plus carrée comme a été expliqué dans les paragraphes précédents. Les résultats obtenus avec les estimations théoriques des conductivités thermiques du bobinage sont satisfaisants sur le calcul du point chaud même en présence de l'effet de structure.

Il aussi est important de comparer les échauffements moyens de l'encoche, puisque la variation de la résistance électrique des conducteurs en fonction de la température est généralement calculée par rapport à la température moyenne du bobinage. L'échauffement moyen dans l'encoche est déterminé en considérant les températures de chacun des éléments du maillage :

$$E_{moy} = \frac{\sum T_i \cdot S_i}{\sum S_i} \quad (II.10)$$

Où T_i et S_i sont les températures et la surface de chaque élément du maillage.

Les écarts obtenus sur les échauffements moyens entre les deux modèles hétérogène et homogène sont présentés dans le tableau II.5.

τ (%)	9,34	19,63	33,65	37,39	51,42	56,09	60,77
$E_{moy-hét}$ (K)	6,76	11,24	14,73	15,74	15,62	16,29	16,70
$E_{moy-hom}$ (K)	5,85	10,35	13,93	14,88	15,04	15,66	16,12
$\frac{\Delta E_{moy}}{E_{moy}}$ (%)	13,46	7,91	5,74	5,77	3,85	4,02	3,59
$E_{moy-hom}$ (théorique) (K)	5,85	10,34	14,03	14,64	15,23	15,45	15,46
$\frac{\Delta E_{moy}}{E_{moy}}$ (%) (théorique)	13,46	8,01	4,75	7,51	2,49	5,15	7,42

Tableau II.5. Echauffements moyens pour différents taux de remplissage

Les résultats montrent que l'erreur relative sur l'échauffement moyen est à nouveau plus élevée à faibles valeurs du taux de remplissage. Les écarts diminuent pour des forts taux de remplissage. Cette analyse montre que le modèle homogénéisé donne des résultats fidèles pour des taux de remplissage importants. Dans le cas du modèle homogénéisé théorique, les erreurs relatives sur les échauffements moyens sont aussi proches des valeurs obtenues par le modèle homogénéisé par EF.

Globalement, les écarts restent raisonnables sur les échauffements. Ainsi, on peut conclure que la technique d'homogénéisation semble efficace pour reproduire le comportement thermique tout en réduisant les temps de calcul dans ce premier cas d'étude.

II.3.3 Etude thermique de l'encoche dans le cas d'une répartition en quinconce

II.3.3.1 Obtention des conductivités thermiques effectives

La figure suivante propose des exemples de répartition en quinconce des conducteurs dans l'encoche :

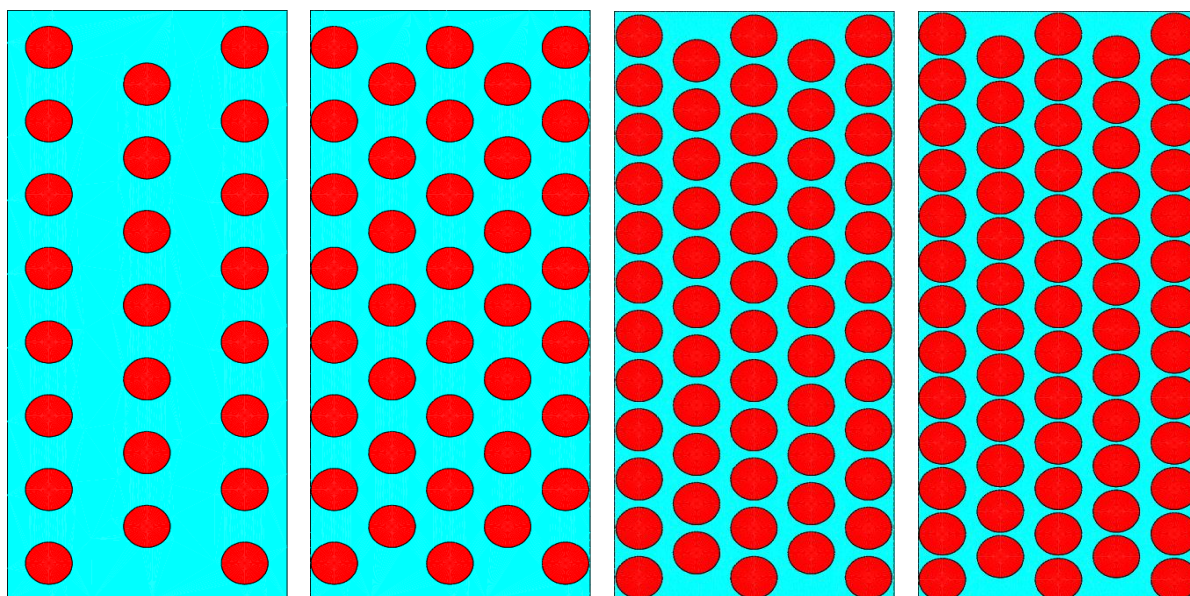


Figure II.19. Exemples de répartition en quinconce des conducteurs pour différents taux de remplissage : 21.50, 35.52, 54.42et 58.90%

Comme dans le cas précédent, les conductivités thermiques équivalentes ont été déterminées pour différents taux de remplissage :

τ (%)	13,08	21,50	35,52	44,87	49,55	54,42	58,90
λ_{eqx} (W/m/K)	0,321	0,379	0,547	0,670	0,731	0,788	0,853
λ_{eqy} (W/m/K)	0,322	0,372	0,512	0,654	0,771	0,965	1,385
$\lambda_{eq_théorique}$ (W/m/K)	0,321	0,386	0,524	0,656	0,741	0,805	0,913

Tableau II.6. Conductivités équivalentes du bobinage pour différents taux de remplissage

Les conductivités thermiques équivalentes obtenues par le calcul numérique augmentent aussi avec le taux de remplissage comme dans le cas précédent. De même, les conductivités thermiques équivalentes dans les deux directions sont proches sauf pour de fortes valeurs du taux de remplissage. Les conductivités thermiques obtenues théoriquement sont proches de celles obtenues par le calcul EF à faibles valeurs du taux de remplissage. A nouveau, ceci peut s'expliquer par les espaces inter conducteurs qui ne sont pas constants à fortes valeurs de taux de remplissage. En effet, le nombre de conducteurs est limité dans la direction X, ce qui

augmente légèrement la conductivité effective dans cette direction. Dans la direction Y, le nombre de conducteurs devient plus important, ce qui réduit les espaces entre eux. Par conséquent, la conductivité thermique équivalente augmente fortement dans cette direction pour des forts taux de remplissage.

II.3.3.2 Vérification de la technique d'homogénéisation dans le cas d'une répartition en quinconce

Les hypothèses de simulation sont identiques au cas précédent pour effectuer le calcul thermique. De même, les valeurs des conductivités thermiques équivalentes du matériau homogène correspondent au cas du taux de remplissage de 54,42% (voir le tableau II.6).

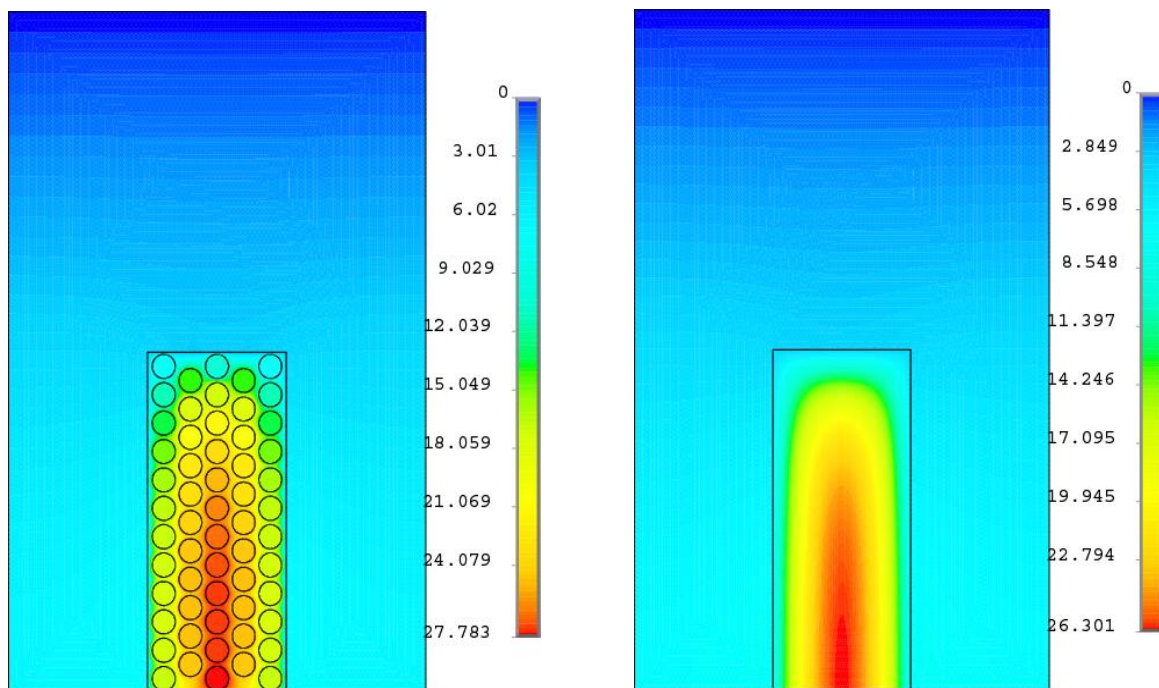


Figure II. 20. Cartographies des températures dans l'encoche et du fer stator dans les cas hétérogène et homogène

Dans ce cas, l'accord sur les valeurs des températures est moins bon que dans l'exemple précédent, même si on retrouve les mêmes distributions de température. La technique d'homogénéisation semble alors moins efficace dans le cas d'une répartition en quinconce. Ceci peut s'expliquer par la répartition non régulière des conducteurs au niveau du bord de l'encoche, une seule cellule élémentaire ne pouvant pas être représentative de toute l'encoche. Les tableaux II.7 et II.8 donnent les écarts des échauffements maximaux et moyens calculés entre les deux modèles hétérogène et homogène, pour différentes valeurs du taux de remplissage.

τ (%)	13,08	21,50	35,52	44,87	49,55	54,42	58,90
$E_{max-hét}$ (K)	14,19	19,53	23,55	25,58	26,66	27,78	26,05
$E_{max-hom}$ (K)	12,46	18,03	22,05	23,77	24,55	26,32	25,80
$\frac{\Delta E_{max}}{E_{max}}$ (%)	12,19	7,68	6,37	7,07	7,91	5,32	0,95
$E_{max-hom}$ (théorique) (K)	12,52	17,99	22,76	24,15	24,33	25,50	24,96
$\frac{\Delta E_{max}}{E_{max}}$ (théorique) (%)	11,17	8,33	4,36	5,92	8,73	8,21	4,18

Tableau II.7. Echauffements maximaux pour différents taux de remplissage

τ (%)	13,08	21,50	35,52	44,87	49,55	54,42	58,90
$E_{moy-hét}$ (K)	8,18	12,05	15,40	17,33	18,19	18,96	17,10
$E_{moy-hom}$ (K)	7,66	11,14	14,03	15,32	15,87	17,03	16,54
$\frac{\Delta E_{moy}}{E_{moy}}$ (%)	6,35	7,55	7,14	11,40	12,75	10,17	3,27
$E_{moy-hom}$ (théorique) (K)	7,69	11,13	14,39	15,52	15,79	16,88	15,97
$\frac{\Delta E_{moy}}{E_{moy}}$ (théorique) (%)	5,99	7,63	6,55	10,44	13,19	10,97	6,60

Tableau II.8. Echauffements moyens pour différents taux de remplissage

L'erreur relative maximale obtenue pour l'échauffement maximal est de l'ordre de 12%, correspondant au taux de remplissage le plus faible. Dans le cas des échauffements moyens, l'erreur relative maximale de 13,66% est obtenue pour un taux de remplissage de 54,42%. Les écarts des échauffements sont négligeables pour le taux de remplissage de 58,90%. Les résultats montrent qu'à faible taux de remplissage, les écarts sur les échauffements maximaux sont plus importants qu'à taux de remplissage plus élevé. De plus, le modèle homogénéisé semble moins précis dans le cas d'une répartition en quinconce en comparaison du cas précédent. Comme déjà précisé, ceci peut s'expliquer par l'effet de bord qui est plus important dans le cas d'une répartition en quinconce. Cependant pour des fortes valeurs du taux de remplissage, les résultats obtenus sur les échauffements sont satisfaisants. Le modèle

homogénéisé par les expressions théoriques fournit des résultats proches du cas homogène par les EF.

II.3.4 Etude thermique de l'encoche dans le cas d'une répartition aléatoire

II.3.4.1 Obtention de la conductivité thermique effective

Dans cette partie, le but est de déterminer la valeur moyenne des conductivités effectives du bobinage dans les deux directions X et Y en considérant des répartitions aléatoires des conducteurs dans l'encoche. De plus, les températures maximales et moyennes du bobinage sont déterminées pour chaque répartition des conducteurs dans l'encoche. Pour ce faire, 100 tirages aléatoires sont à nouveau réalisés sur la répartition des conducteurs dans l'encoche à différents taux de remplissage comme dans les deux études précédentes.

La figure II.21 montre des exemples de répartitions aléatoires des conducteurs dans l'encoche pour différents taux de remplissage.

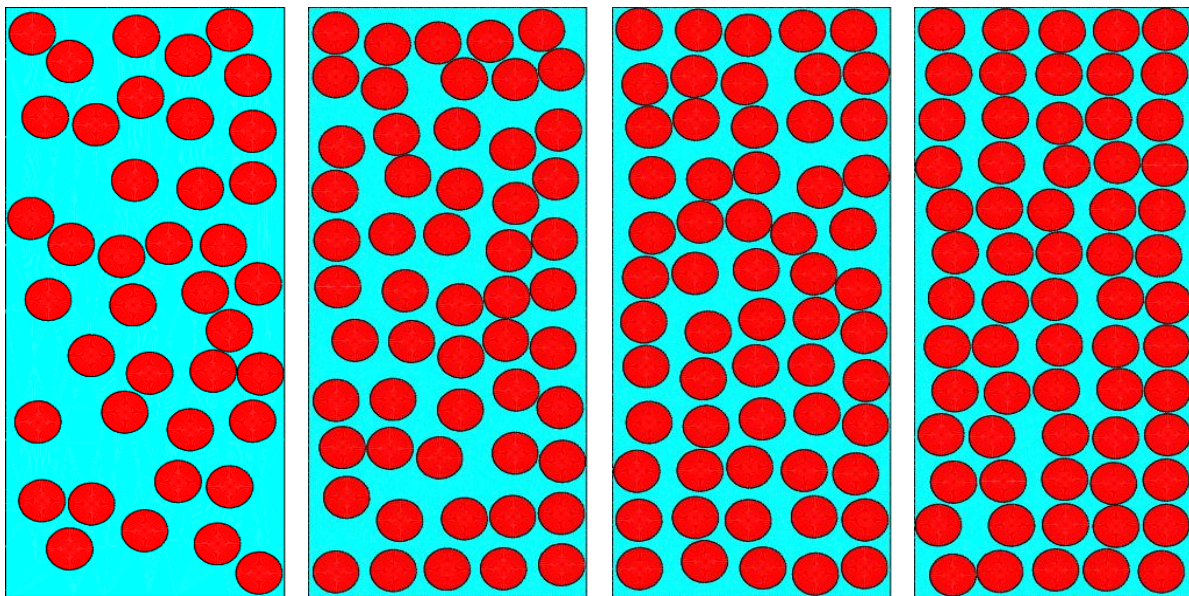


Figure II.21. Répartitions aléatoires de conducteurs dans une encoche à différents taux de remplissage, respectivement 37.39, 51.42, 56 et 61%

Le tableau II.9 donne les valeurs moyennes des conductivités thermiques équivalentes obtenues sur 100 tirages pour différents taux de remplissage :

τ (%)	9,34	19,63	33,65	37,39	51,42	56,09	60,77
λ_{eqx} (W/m/K)	0,305	0,383	0,542	0,591	0,901	0,998	1,096
λ_{eqy} (W/m/K)	0,302	0,380	0,541	0,599	0,845	1,039	1,450
$\lambda_{eq_théorique}$ (W/m/K)	0,304	0,380	0,538	0,592	0,892	1,056	1,110

Tableau II.9. Conductivités équivalentes du bobinage pour différents taux de remplissage

Les résultats obtenus dans ce cas montrent que les conductivités thermiques équivalentes dans les deux directions sont proches de celles obtenues par la théorie (estimation de Milton). Pour de forts taux de remplissage, la répartition aléatoire s'approche du cas carré et l'on retrouve les différences en λ_x et λ_y . Ceci montre que pour des faibles et moyens taux de remplissage, les espaces moyens entre les conducteurs sont presque identiques dans les différentes directions (matériau quasi-isotrope), ce qui permet d'obtenir les mêmes conductivités thermiques équivalentes dans les deux directions. L'isotropie est perdue pour les taux de remplissage maximum.

II.3.4.2 Vérification de la technique d'homogénéisation dans le cas d'une répartition aléatoire

Le calcul thermique est effectué avec les mêmes hypothèses que pour les cas déjà étudiés précédemment. Deux cas de répartitions aléatoires des conducteurs dans l'encoche sont choisis afin d'illustrer la distribution de la température dans le bobinage (figure II.22). Les valeurs des conductivités thermiques équivalentes du matériau homogène correspondent au cas du taux de remplissage de 56,09% (voir le tableau II.9).

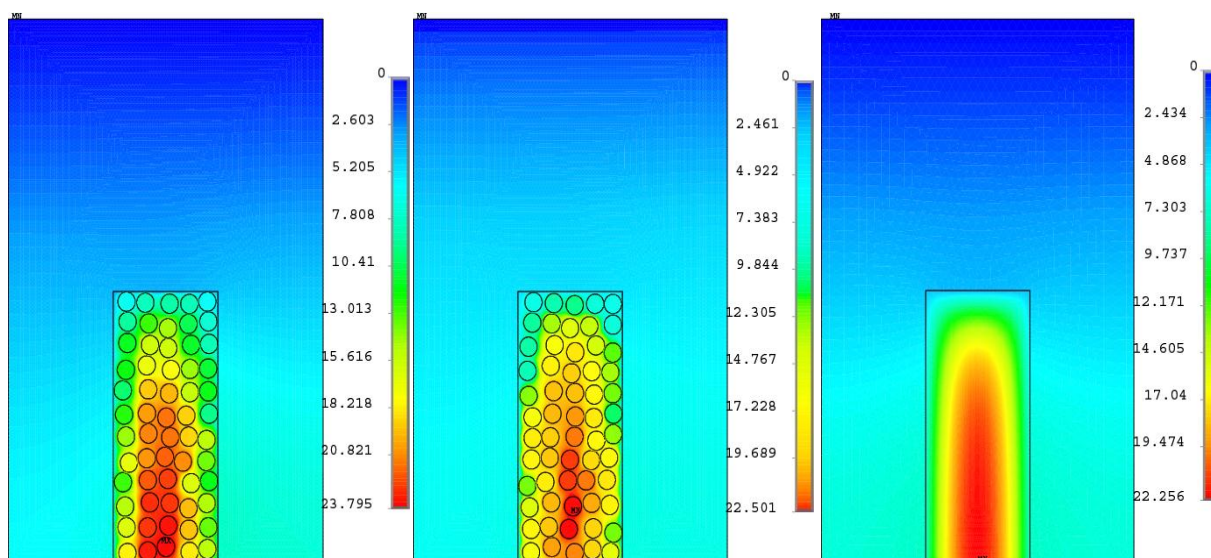


Figure II.22. Cartographie de température de l'encoche pour deux cas hétérogènes et pour le cas homogène

Les cartes de températures obtenues dans ce cas, montrent que la distribution peut être différente d'une répartition à une autre. Par conséquent, la position du point chaud peut varier aussi mais se situe de manière générale dans la partie inférieure de l'encoche et pour des questions de symétrie sur l'axe central de l'encoche.

Les valeurs des échauffements obtenues sont proches, même si les profils de température sont légèrement différents. Il est intéressant de comparer les valeurs moyennes des échauffements du cas hétérogène avec le modèle homogène; les écarts entre les deux modèles sont calculés et présentés dans les tableaux suivants :

τ (%)	9,34	19,63	33,65	37,39	51,42	56,09	60,77
$\langle E_{max-hét} \text{ (K)} \rangle$	13,90	20,28	23,28	24,07	22,87	23,01	23,68
$E_{max-hom} \text{ (K)}$	10,01	16,43	21,03	21,81	21,94	22,25	22,91
$\frac{\Delta E_{max}}{E_{max}} \text{ (%)}$	28	18,98	9,67	9,38	4,06	3,30	3,25
$E_{max-hom}$ (théorique) (K)	10,03	16,44	21,15	21,79	22,07	22,01	22,26
$\frac{\Delta E_{max}}{E_{max}}$ (théorique) (%)	27,84	18,93	9,14	9,47	3,49	4,34	5,19

Tableau II.10. Echauffements maximaux pour différents taux de remplissage

τ (%)	9,34	19,63	33,65	37,39	51,42	56,09	60,77
$\langle E_{moy-hét} \text{ (K)} \rangle$	6,50	11,74	14,53	15,12	15,22	15,44	15,85
$E_{moy-hom} \text{ (K)}$	5,86	10,11	12,32	13,89	14,51	14,79	15,20
$\frac{\Delta E_{moy}}{E_{moy}} \text{ (%)}$	9,84	13,88	8,32	8,13	7,35	4,20	4,11
$E_{moy-hom}$ (théorique) (K)	5,84	10,17	13,39	13,89	14,54	14,63	14,85
$\frac{\Delta E_{moy}}{E_{moy}}$ (théorique) (%)	10,15	13,37	7,84	8,13	4,46	5,24	6,30

Tableau II.11. Echauffements moyens pour différents taux de remplissage

Les résultats obtenus dans les tableaux II.11 et II.12, montrent que l'erreur relative entre les deux modélisations diminue à fortes valeurs du taux de remplissage. L'erreur relative maximale obtenue pour l'échauffement maximal est de 28% correspondant au taux de remplissage le plus faible. Dans le cas des échauffements moyens, l'erreur relative est 13,88% pour le taux de remplissage de 19,63%. Comme pour les deux cas traités précédemment, le modèle homogénéisé est moins précis à faible taux de remplissage. Il faut noter que les techniques d'homogénéisations fournissent des résultats satisfaisants pour le point chaud que lorsque le nombre d'inclusions est suffisamment important dans la géométrie. Ce qui correspond à des fractions volumiques plus élevées. Pour des fortes valeurs du taux de remplissage, l'écart relatif sur les échauffements ne dépasse pas 5%.

De ces études sur l'homogénéisation des bobinages des machines électriques, nous pouvons déjà ressortir que :

- L'effet de structure influence directement les valeurs des conductivités thermiques équivalentes dans les deux directions. En effet, dans les trois cas de répartitions étudiées les conductivités effectives dans les deux directions sont différentes à fortes valeurs du taux de remplissage.
- Le modèle homogénéisé par les estimations analytiques (calculs théoriques) fournit des résultats satisfaisants sur la détermination des échauffements maximaux et moyens de l'encoche.
- Les écarts sur les échauffements maximaux et moyens diminuent généralement pour des fortes valeurs du taux de remplissage. A faible taux de remplissage, le modèle homogénéisé fournit des résultats plus éloignés.
- Dans le cas de la répartition aléatoire, la carte de température peut être différente d'une configuration à une autre, ce qui modifie aussi le placement du point chaud. Dans la majorité des cas, la position du point chaud se situe dans la partie inférieure de l'encoche.
- Le modèle homogénéisé semble moins efficace dans le cas de la répartition en quinconce, à cause de l'effet de bord qui est plus important que dans les autres répartitions.

Dans la partie qui suit, une comparaison des différentes répartitions des conducteurs dans l'encoche est réalisée. Le but de l'étude est de conclure sur le choix de la répartition à retenir en vue d'obtenir une meilleure évacuation de la chaleur.

II.3.5 Comparaison thermique des différentes répartitions des conducteurs

L'étude précédente a montré que la valeur du point chaud ne dépend pas uniquement du taux de remplissage, mais également de la répartition des conducteurs dans l'encoche. Ainsi, une étude comparative sur les conductivités thermiques équivalentes dans les deux directions, déjà déterminée dans l'étude précédente, est proposée dans un premier temps. Ensuite, les températures maximales et moyennes atteintes au niveau du bobinage sont calculées en considérant deux hypothèses :

- La densité de courant dans les conducteurs est constante quel que soit le taux de remplissage
- Le produit du nombre de conducteurs par le courant est constant c.-à-d. l'état magnétique est constant ($N_c \cdot I = \text{constant}$)

L'intérêt de la première hypothèse est d'obtenir des pertes Joule qui augmentent avec le taux de remplissage, ce qui facilite la visualisation de l'influence des différentes répartitions sur les températures. En effet, les écarts sur les températures deviennent dans ce cas importants. La seconde hypothèse est plus proche du cas pratique pour lequel un cahier des charges sur le couple est imposé.

II.3.5.1 Conductivités thermiques équivalentes des différentes répartitions

Les calculs numériques effectués pour la détermination de la conductivité effective du bobinage montrent que cette dernière peut varier suivant la configuration des conducteurs dans l'encoche. Il est ensuite intéressant de réaliser une étude comparative sur les valeurs des

conductivités thermiques équivalentes obtenues pour les différentes répartitions de conducteurs dans l'encoche. Pour ce faire, les variations des conductivités thermiques équivalentes fonction du taux de remplissage sont présentées sur les figures II.23 et 24 pour les trois répartitions des conducteurs dans l'encoche. Concernant la répartition aléatoire, le nuage de points pour chaque valeur du taux de remplissage présente les valeurs des conductivités thermiques équivalentes obtenues pour l'ensemble des tirages. De plus, la valeur moyenne de l'ensemble des tirages est présentée en couleur bleue.

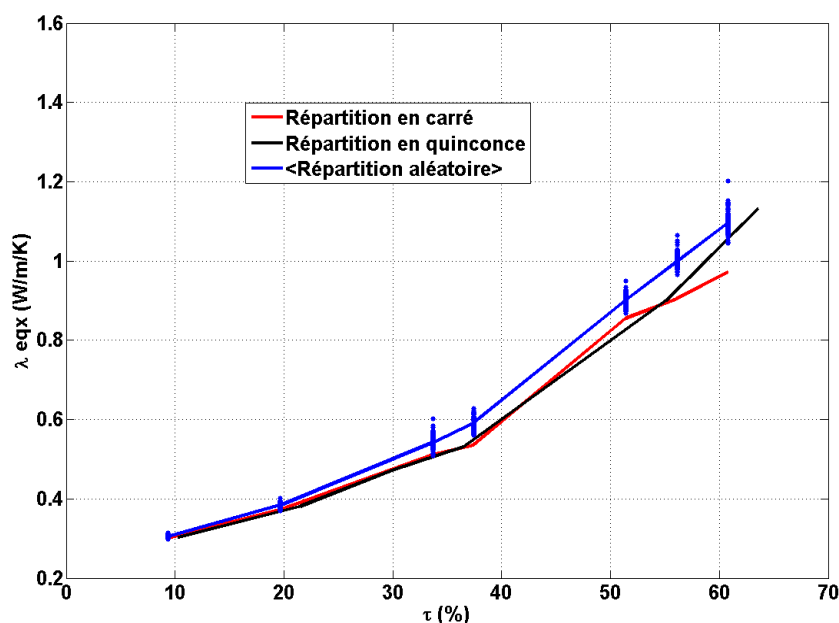


Figure II.23. Conductivités thermiques équivalentes du bobinage dans la direction X

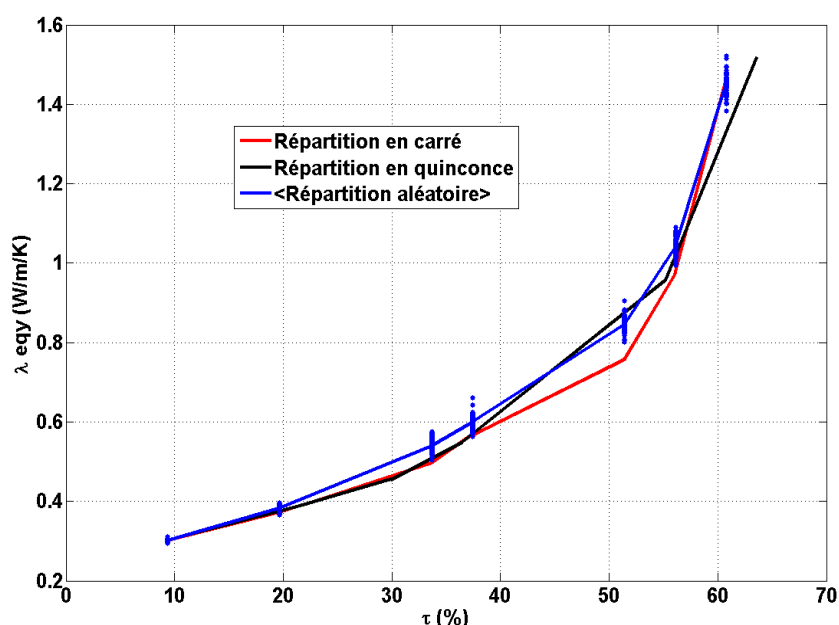


Figure II.24. Conductivités thermiques équivalentes du bobinage dans la direction Y

Ces résultats montrent qu'à faible taux de remplissage, les courbes sont quasiment confondues. Les conductivités thermiques équivalentes obtenues pour la répartition aléatoire en valeurs moyennes semblent plus importantes que les conductivités thermiques équivalentes

des autres répartitions. L'augmentation de la conductivité thermique de la répartition en carré au delà de 50% est moins significative pour la direction X que pour la direction Y. Ceci peut s'expliquer par la limitation du nombre de conducteurs rangés dans la direction X (figure II.14 : 5 conducteurs au maximum peuvent être rangés dans la direction X pour notre configuration). Par conséquent, les conductivités thermiques dans la direction Y augmentent fortement en comparaison des conductivités thermiques dans la direction X. Il est cependant difficile de conclure avec ces résultats sur la meilleure répartition des conducteurs en termes d'évacuation de la chaleur. Pour répondre sur ce point, on se propose alors d'étudier l'influence des répartitions des conducteurs sur les températures maximales et moyennes atteintes au niveau du bobinage.

II.3.5.2 Échauffements maximaux et moyens des différentes répartitions des conducteurs dans l'encoche

Afin d'étudier l'influence des répartitions des conducteurs dans l'encoche, les échauffements maximaux et moyens du bobinage sont déterminées pour chaque valeur du taux de remplissage. Il est donc ici nécessaire de considérer une résolution du problème thermique avec une excitation correspondante aux pertes Joule. Les hypothèses du calcul thermique sont identiques aux calculs effectués précédemment pour vérifier les techniques d'homogénéisations (figures II.15, II.20 et II.22). Cependant, deux cas sur le calcul des pertes Joule sont étudiés séparément :

II.3.5.2.1 Densité des pertes constante dans un seul conducteur

Dans ce premier cas, la densité de courant est considérée constante dans les conducteurs quel que soit le nombre de conducteurs dans l'encoche. Les pertes Joule totales peuvent alors être exprimées en fonction du taux de remplissage :

$$P_{jtot} = N_c \cdot R \cdot J^2 \cdot S_c^2 \quad (II.10)$$

avec : J la densité du courant dans un conducteur.

R la résistance électrique d'un conducteur qui s'écrit : $R = \rho \cdot \frac{l_a}{S_c}$

l_a , ρ étant respectivement la longueur active et la résistivité électrique du conducteur considéré.

En introduisant le taux de remplissage, les pertes Joule peuvent s'écrire :

$$P_{jtot} = \rho \cdot l_a \cdot S_e \cdot J^2 \cdot \tau \quad (II.11)$$

Avec S_e la surface de l'encoche

Les pertes Joule totales varient donc linéairement en fonction du taux de remplissage avec l'hypothèse considérée.

En considérant la répartition aléatoire des conducteurs dans l'encoche, 100 valeurs des échauffements maximaux et moyens du bobinage sont obtenues par la simulation de 100 répartitions aléatoires pour chaque valeur du taux de remplissage. Dans le cas des répartitions régulières des bobinages (quinconce et carré), une seule valeur de l'échauffement maximal et moyen correspondant à chaque valeur du taux de remplissage est obtenue. Afin de réaliser une

comparaison sur les répartitions, les conditions de calculs (conditions limites appliquées à la géométrie) sont identiques dans chaque répartition. La même source de chaleur est imposée dans les conducteurs, qui sont de mêmes rayons (0,5 mm). La valeur de la densité de courant considérée pour les simulations thermiques est 20 A/mm². Les résultats obtenus sont présentés sur les figures suivantes :

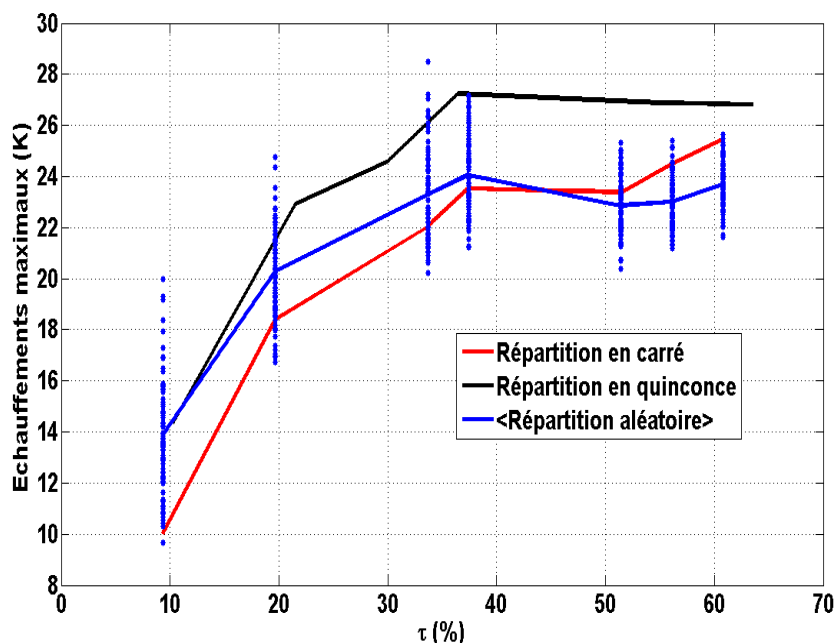


Figure II.25. Variation des échauffements maximaux en fonction du taux de remplissage

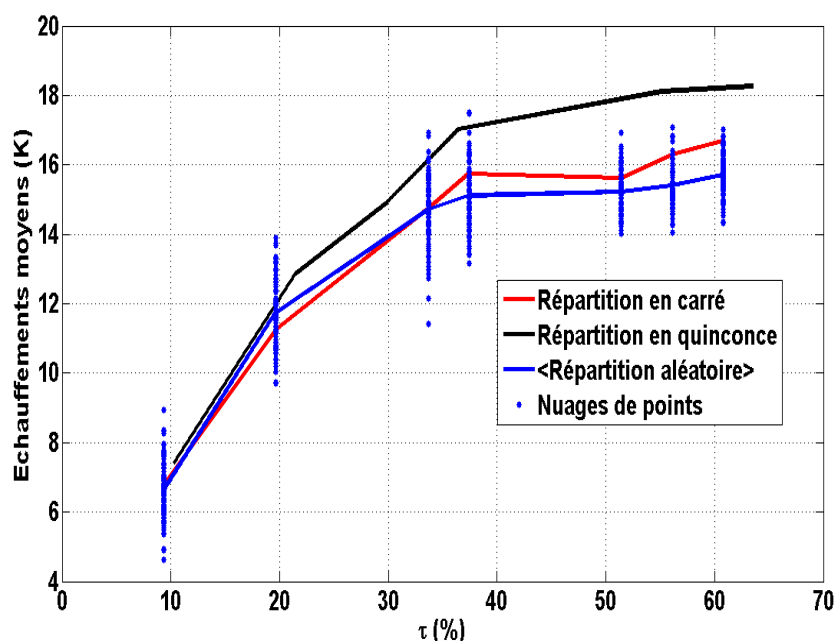


Figure II.26. Variation des échauffements moyens en fonction du taux de remplissage

Les résultats obtenus montrent clairement que la répartition des conducteurs en quinconce est la moins favorable concernant l'évacuation de la chaleur en comparaison des autres répartitions. Ceci est dû aux effets de bord de l'encoche qui sont importants dans le cas

de la répartition en quinconce (voir la figure II.19). A faible taux de remplissage, la répartition en carré semble limiter la température du point chaud en comparaison de la valeur moyenne des tirages aléatoires. Cependant, les résultats de calculs montrent plutôt l'inverse à fortes valeurs du taux de remplissage ce qui représentent les cas les plus courants. La figure II.26 montre que l'écart des échauffements moyens du bobinage entre les différentes configurations reste faible pour de faibles valeurs du taux de remplissage. Cet écart augmente considérablement avec la valeur du taux de remplissage. Globalement, la valeur moyenne des échauffements obtenue dans le cas des répartitions aléatoires des conducteurs dans l'encoche est plus faible en comparaison des autres répartitions.

Il faut noter aussi que les dispersions des échauffements maximaux et moyens autour de leurs valeurs moyennes diminuent légèrement avec l'augmentation du taux de remplissage. En effet, les possibilités de variations fortes de distributions des conducteurs sont moins importantes pour des forts taux de remplissage, ce qui limite de fortes disparités entre les extrêmes.

Enfin, l'échauffement maximal atteint au niveau du bobinage augmente de manière limitée avec le taux de remplissage, bien que les pertes Joule augmentent linéairement. Pour des faibles valeurs du taux de remplissage (en dessous de 40%), l'échauffement maximal augmente plus rapidement. Ceci s'explique par la forte augmentation de la conductivité thermique équivalente du bobinage lorsque le taux de remplissage dépasse la valeur de 40%, permettant une évacuation plus efficace de la chaleur en valeur moyenne dans ces configurations.

II.3.5.2.2 Fonctionnement à $N_c I$ constant

Dans les systèmes électromagnétiques, la force magnétomotrice est une grandeur fondamentale, qui est proportionnelle au produit du nombre de conducteurs et du courant qui les traverse. Elle est directement liée à l'état magnétique du système.

$$N_c \cdot I = cst \implies N_c \cdot J \cdot S_c = cst \implies \tau \cdot J \cdot S_e = cst \quad (II.12)$$

La surface de l'encoche étant constante, l'augmentation du taux de remplissage induit la diminution de la valeur de la densité du courant. Par conséquent les pertes Joule totales dans l'encoche diminuent en $\frac{1}{\tau}$ avec l'augmentation du taux de remplissage (Equation II.11). A titre d'exemple, en considérant une valeur initiale de la densité du courant de 20 A/mm² à 10% du taux de remplissage cette valeur tombe à 4 A/mm² à 50%.

Comme pour la première étude, les échauffements maximaux et moyens sont à nouveau calculés pour les différentes configurations des conducteurs dans l'encoche. Les différentes simulations sur les répartitions des conducteurs sont alors effectuées avec les pertes Joule correspondant à chaque valeur du taux de remplissage. Les résultats obtenus dans ce cas sont présentés sur les figures suivantes :

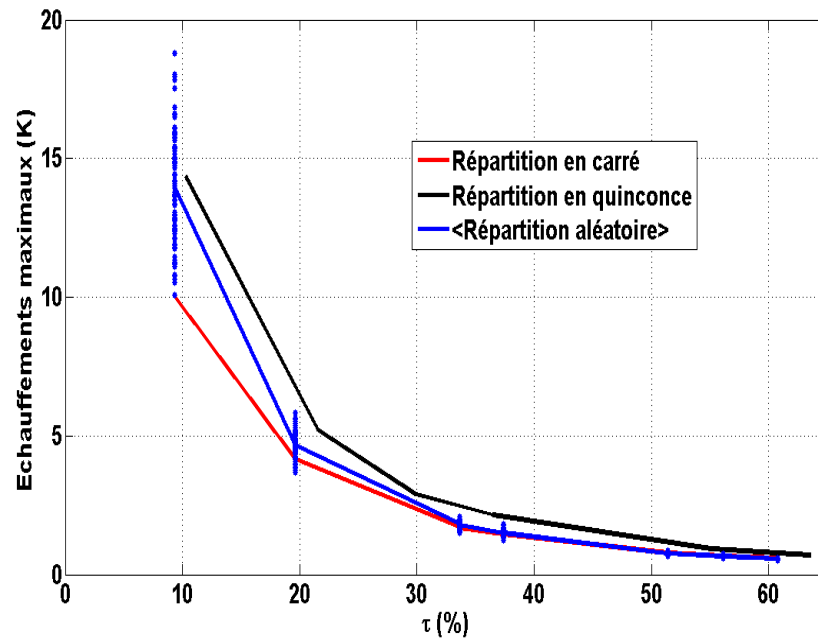


Figure II.27. Variation des échauffements maximaux en fonction du taux de remplissage

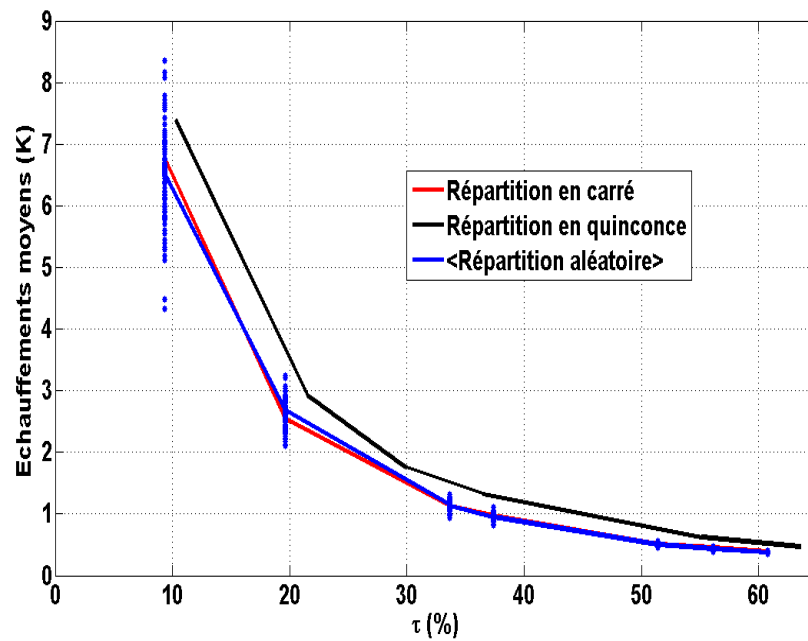


Figure II.28. Variation des échauffements moyens en fonction du taux de remplissage

Les courbes montrent que les échauffements maximaux et moyens atteints au niveau du bobinage décroissent fortement en fonction du taux de remplissage. Ce résultat était attendu puisque les pertes Joule diminuent en fonction du taux de remplissage et que la conductivité thermique équivalente du bobinage augmente. Nous retrouvons ici l'intérêt de fonctionner à fort taux de remplissage, du point de vue thermique. Comme dans le cas précédent, les échauffements maximaux et moyens atteints au niveau du bobinage avec la répartition en quinconce sont plus importantes que les échauffements des autres répartitions. Cependant, pour des taux de remplissages importants les échauffements maximaux et moyens des répartitions aléatoires sont quasiment confondus avec celles de la répartition en carré.

Les calculs thermiques effectués sur les différentes répartitions des conducteurs dans l'encoche, en étudiant les deux cas des pertes Joule, ont permis de conclure que la répartition en quinconce est la moins intéressante pour l'évacuation de la chaleur. Pour de faibles valeurs du taux de remplissage, les résultats de calcul ont montré que la répartition en carré peut limiter la valeur du point chaud. Pour des taux de remplissage plus importants une répartition aléatoire des conducteurs peut conduire à une configuration plus favorable en termes d'évacuation de la chaleur.

II.4 Etude thermique des dimensions géométriques des conducteurs

L'étude précédente a montré que la valeur de la conductivité thermique équivalente est influencée par la répartition des conducteurs dans l'encoche, et que par conséquent les températures maximales et moyennes en dépendent aussi. L'influence des rayons des conducteurs sur la conductivité effective et les températures maximales et moyennes du bobinage fait l'objet de cette partie. Les approches semi-analytiques n'intégrant pas de paramètre de dimension, c'est à nouveau par un calcul numérique que le problème est approché. Pour un taux de remplissage fixé la conductivité effective et les différentes températures sont déterminées en faisant varier la valeur du rayon des conducteurs. L'étude concerne deux formes géométriques des conducteurs : ronds et carrés. Elle est menée pour trois valeurs du taux de remplissage (40, 50 et 60%). A l'issue de cette étude, une comparaison thermique sur la forme des conducteurs est proposée.

II.4.1 Variation des rayons des conducteurs ronds

Les conducteurs sont répartis aléatoirement dans l'encoche pour différentes valeurs de rayons, 100 tirages aléatoires sur la répartition des conducteurs sont réalisés pour chaque valeur du rayon. Dans le cas de la détermination de la conductivité effective, la géométrie de l'encoche choisie est de forme carré. Le but est de mettre en évidence l'influence de rayons des conducteurs sur les propriétés effectives, sans être affectée par l'effet de structure. Cette configuration conduit alors aux mêmes valeurs des conductivités effectives dans les deux directions X et Y. Cependant dans le cas du calcul thermique permettant l'obtention des températures maximales et moyennes, la géométrie utilisée est la même que celle de la figure II.22 (rectangulaire). En effet, l'étude de l'influence des rayons sur les températures doit être effectuée sur une géométrie plus proche du cas réel des machines électriques.

La figure suivante propose deux exemples des répartitions aléatoires des conducteurs utilisés pour le calcul de la conductivité effective à même taux de remplissage 40% :

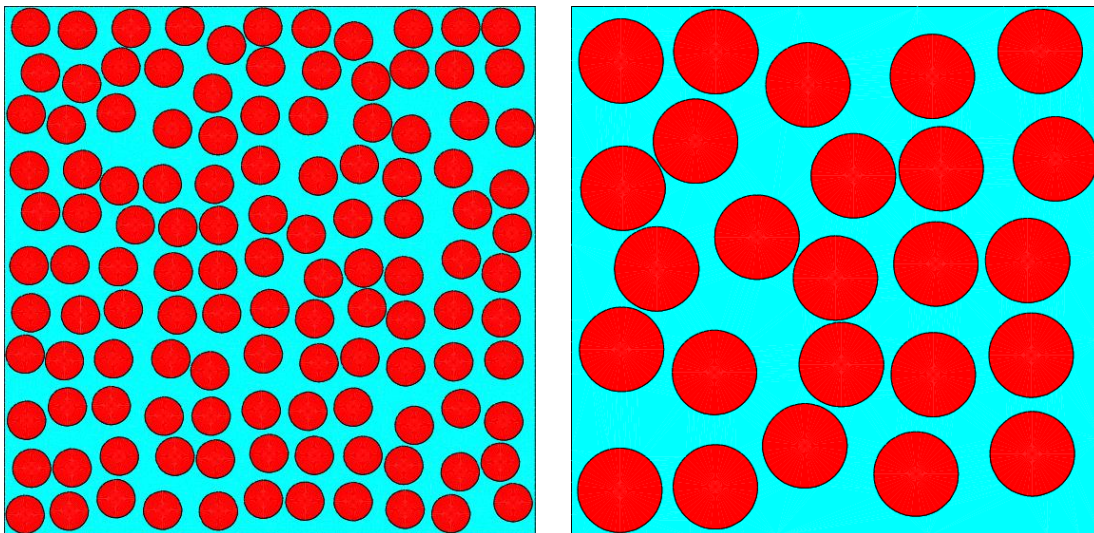


Figure II.29. Exemples des répartitions aléatoires des conducteurs pour des rayons de 0,3 et 0,7 mm respectivement

Les hypothèses de simulation utilisées ici sont identiques aux calculs précédents pour la détermination de la conductivité thermique équivalente et les températures du bobinage. Les résultats obtenus sont alors présentés sur les figures suivantes :

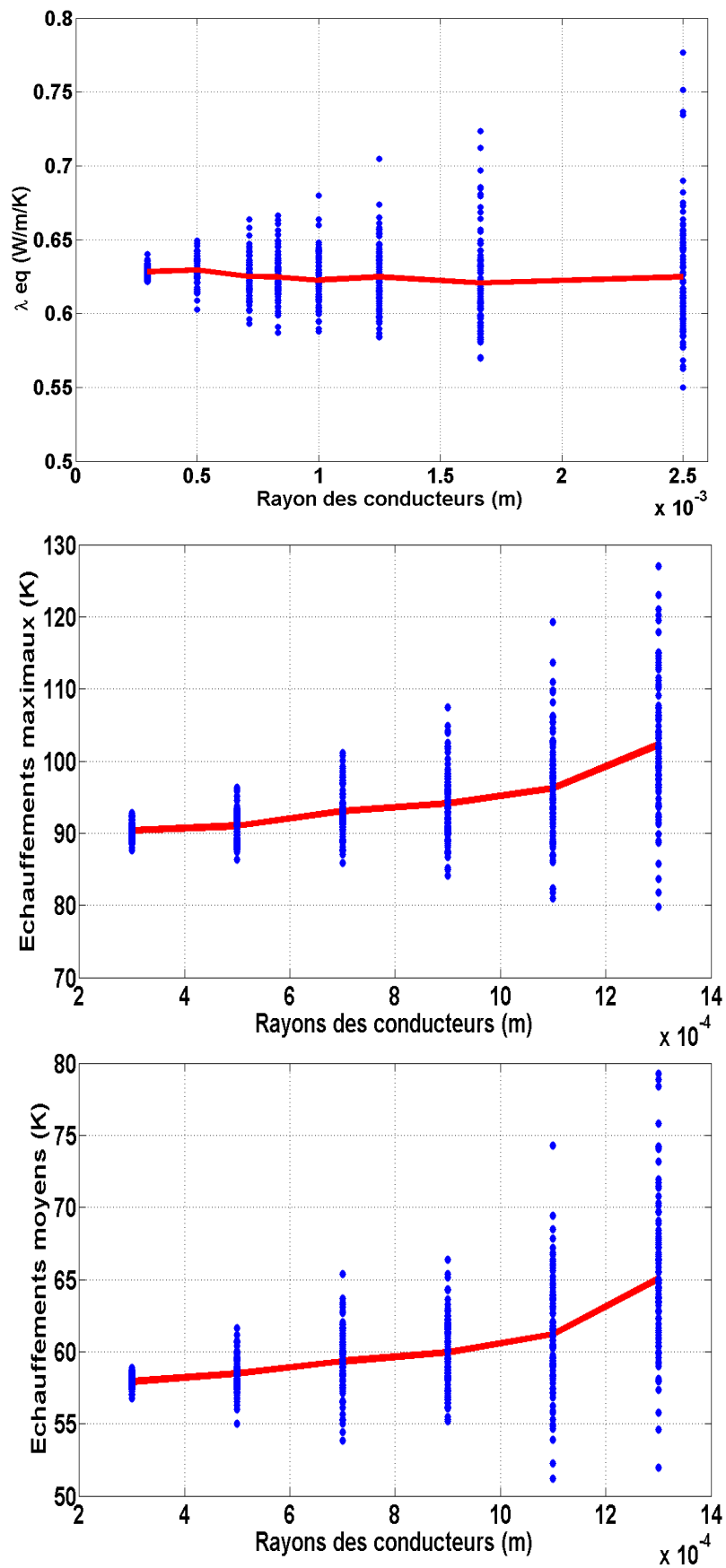


Figure II.30. Conductivités thermiques équivalentes et températures du bobinage dans le cas d'un taux de remplissage de 40%

Les résultats obtenus montrent que la conductivité thermique équivalente reste quasiment constante en valeur moyenne, pour différentes valeurs du rayon variant entre 0,3 et 3 mm. De plus, l'écart type augmente avec l'accroissement du rayon pour les trois valeurs du taux de remplissage. Pour des faibles valeurs du rayon, les conductivités effectives déterminées pour chaque tirage sont concentrées sur leurs valeurs moyennes, contrairement aux fortes valeurs des rayons où l'écart devient plus important. Cela signifie que des conductivités effectives importantes peuvent être obtenues facilitant ainsi l'évacuation de la chaleur. Cependant, de faibles valeurs des conductivités effectives peuvent être obtenues aussi. Les résultats obtenus dans le cas des taux de remplissage de 50 et 60% sont présentés sur l'annexe A. Les résultats obtenus ici montrent que les propriétés effectives de la structure dépendent peu de la taille des conducteurs, justifiant la possibilité d'utiliser les méthodes d'homogénéisation semi-analytiques pour les calculer.

Concernant l'influence de la valeur des rayons des conducteurs sur les températures, les résultats de simulations sont rapportés aussi sur la figure II.30. Les calculs montrent clairement que les valeurs moyennes des températures augmentent considérablement avec la valeur des rayons des conducteurs. Pour de faibles rayons, le bobinage semble évacuer mieux la chaleur. En effet, la répartition des conducteurs est plus uniforme et homogène ce qui réduit les espaces inter conducteurs. Par conséquent, la répartition à faibles rayons uniformise la chaleur sur toute la surface de l'encoche ce qui réduit la valeur du point chaud. Dans le cas de fortes valeurs des rayons, la répartition des conducteurs est loin d'être uniforme ce qui conduit à la concentration de la chaleur sur une partie de l'encoche où l'ensemble des conducteurs sont souvent concentrés. De plus, à même surface de bobinage, la surface d'échange cuivre/résine varie en $\sqrt{N_c}$ (ou $\frac{1}{R}$) ce qui implique une évacuation de la chaleur facilitée pour un nombre important de conducteurs de petit rayon.

E. Hong *et al* ont montré, expérimentalement, que la résistance thermique augmentent avec la section des conducteurs dans l'encoche [II.29]. Dans leur étude, la résistance thermique est calculée par rapport à la température maximale, ce qui conduit à l'augmentation de la valeur du point chaud avec les rayons des conducteurs. Dans notre cas, la conductivité thermique équivalente est déduite du flux moyen ce qui explique sa quasi indépendance avec la taille des conducteurs. Nos résultats concernant les températures sont donc en adéquation avec les résultats expérimentaux de E. Hong *et al*.

II.4.2 Variation des arêtes des conducteurs carrés

La même étude est réalisée dans le cas des conducteurs carrés, parfois rencontrés dans la pratique. Ici, c'est la valeur de l'arête des conducteurs carrés qui est paramétrée afin d'étudier son influence sur la conductivité effective et les températures du bobinage. Ainsi, les conducteurs sont répartis aléatoirement dans l'encoche pour différentes tailles de conducteurs. A nouveau, 100 tirages aléatoires sur la répartition des conducteurs sont alors réalisés. La figure suivante montre des exemples de répartitions aléatoires des conducteurs carrés pour le calcul de la conductivité effective, dans le cas du taux de remplissage de 40% :

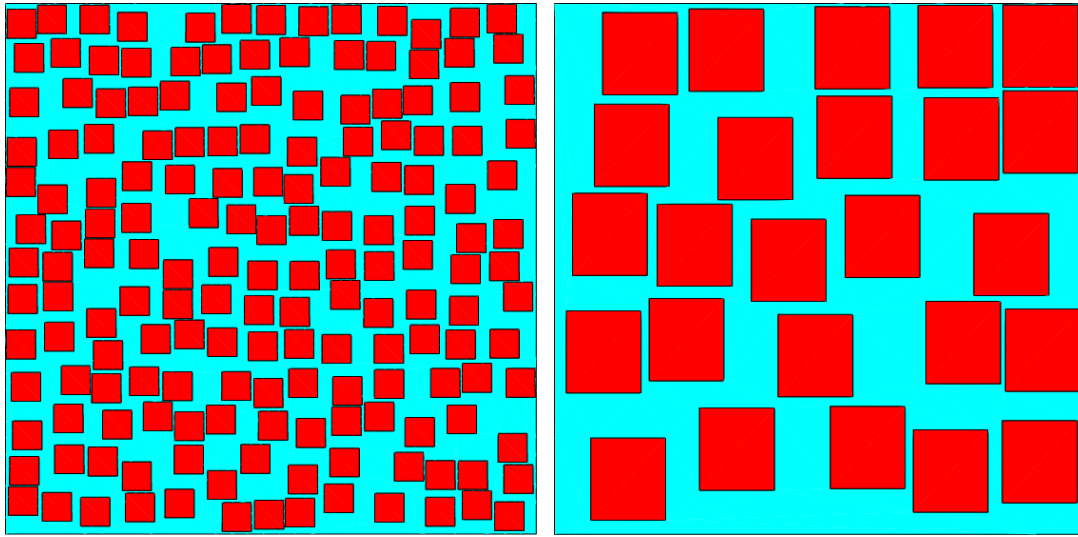


Figure II.31. Exemples des répartitions aléatoires des conducteurs carrés pour des arêtes de 0,3 et 0,7 mm respectivement

Les résultats obtenus dans ce cas sont présentés sur la figure II.32. La valeur moyenne des conductivités thermiques équivalentes décroît légèrement avec l'augmentation de la valeur des arêtes des conducteurs. On note une diminution de 5,2% de la valeur moyenne de la conductivité effective correspondant à la valeur des arêtes de 4 mm. Comme dans l'étude précédente, la taille des conducteurs influence peu les propriétés effectives du bobinage. Cependant, les températures maximales et moyennes augmentent avec la section des conducteurs en valeur moyenne comme le montre la figure II.32. De même que dans le cas des conducteurs ronds, le bobinage avec des conducteurs carrés semble limiter la valeur du point chaud pour les faibles sections. Pour de fortes valeurs des arêtes des conducteurs, des configurations des conducteurs dans l'encoche permettant de limiter les valeurs des températures peuvent être obtenues. De même, certaines configurations conduisent à l'augmentation des températures. En valeur moyenne, des répartitions avec des sections importantes défavorisent l'évacuation de la chaleur. Les autres résultats obtenus pour les taux de remplissage de 50 et 60% sont présentés dans l'annexe A.

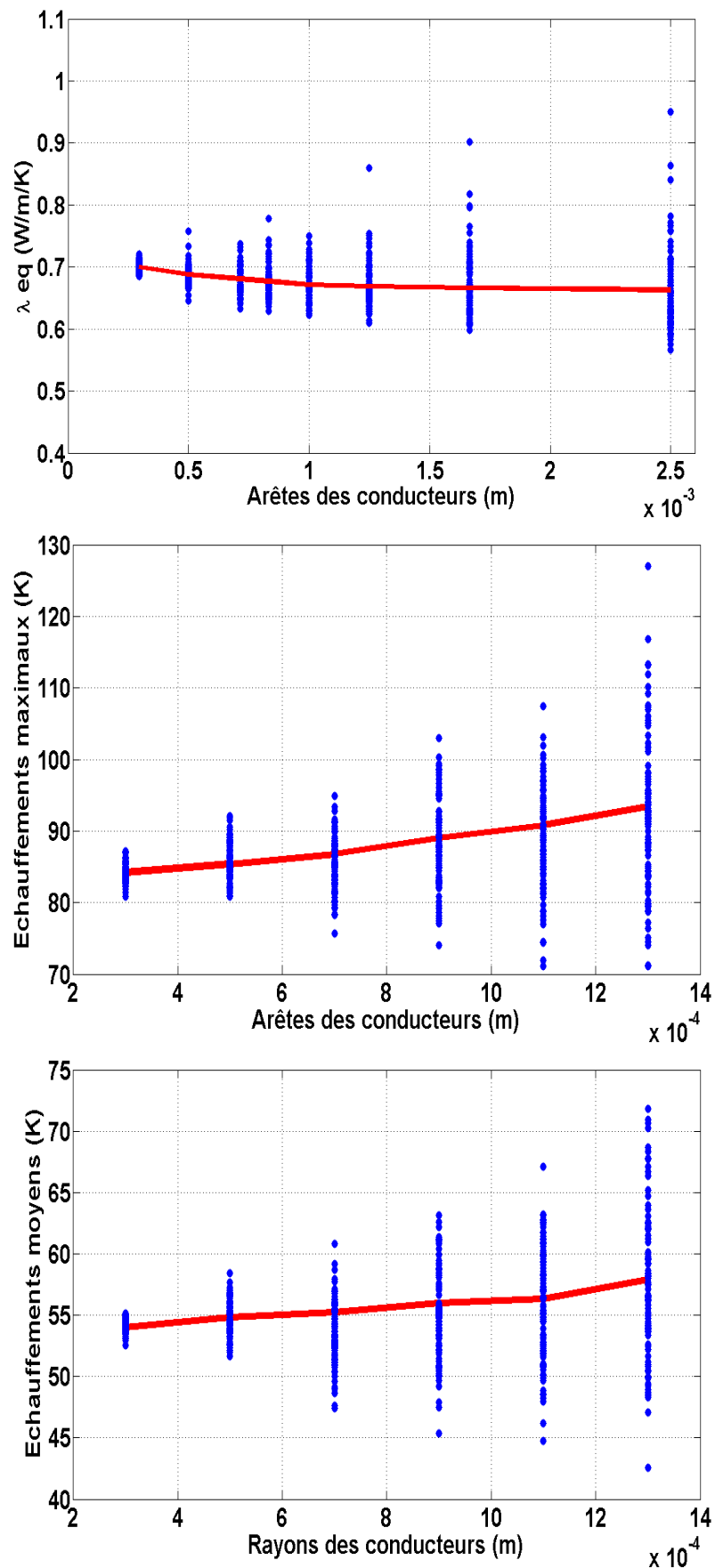


Figure II.32. Conductivités thermiques équivalentes et températures du bobinage dans le cas du taux de remplissage de 40%

II.4.3 Comparaison thermique entre les conducteurs ronds et carrés

Les grandeurs thermiques (conductivités et températures) dépendent de la répartition des conducteurs dans l'encoche, mais peuvent aussi dépendre de la forme géométrique des conducteurs. Dans cette partie, nous proposons alors une étude comparative sur la forme géométrique des conducteurs dans l'encoche en vue d'une meilleure d'évacuation de la chaleur.

Afin de réaliser une comparaison entre les conducteurs ronds et carrés, la valeur des arêtes des conducteurs carrés est choisie de façon à avoir la même surface que les conducteurs ronds :

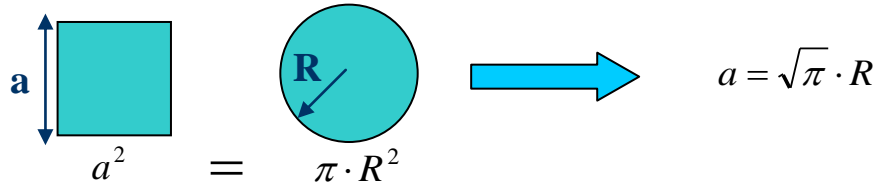


Figure II.33. Equivalence entre les conducteurs ronds et carrés en surface

Les résultats de comparaison des conductivités thermiques équivalentes sont présentés sur la figure II.34 :

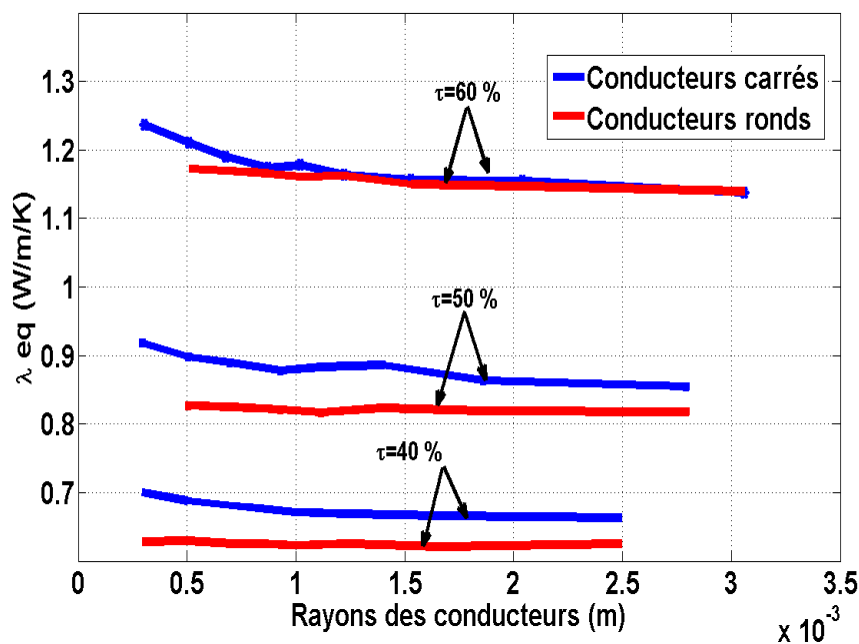


Figure II.34. Comparaison des conductivités thermiques à différents rayons des conducteurs

La comparaison des conductivités thermiques équivalentes montre que pour des valeurs moyennes du taux de remplissage, les conducteurs carrés présentent de meilleures propriétés effectives. Ce résultat a été constaté pour différentes valeurs des rayons des conducteurs. Dans le cas du taux de remplissage de 60%, les courbes sont quasiment confondues pour différentes valeurs du rayon. Cela montre que pour de fortes valeurs du taux de remplissage, la forme géométrique a peu d'influence sur les propriétés effectives du bobinage.

Concernant les températures maximales et moyennes du bobinage, les résultats obtenus pour différentes valeurs de rayon sont présentés sur la figure suivante :

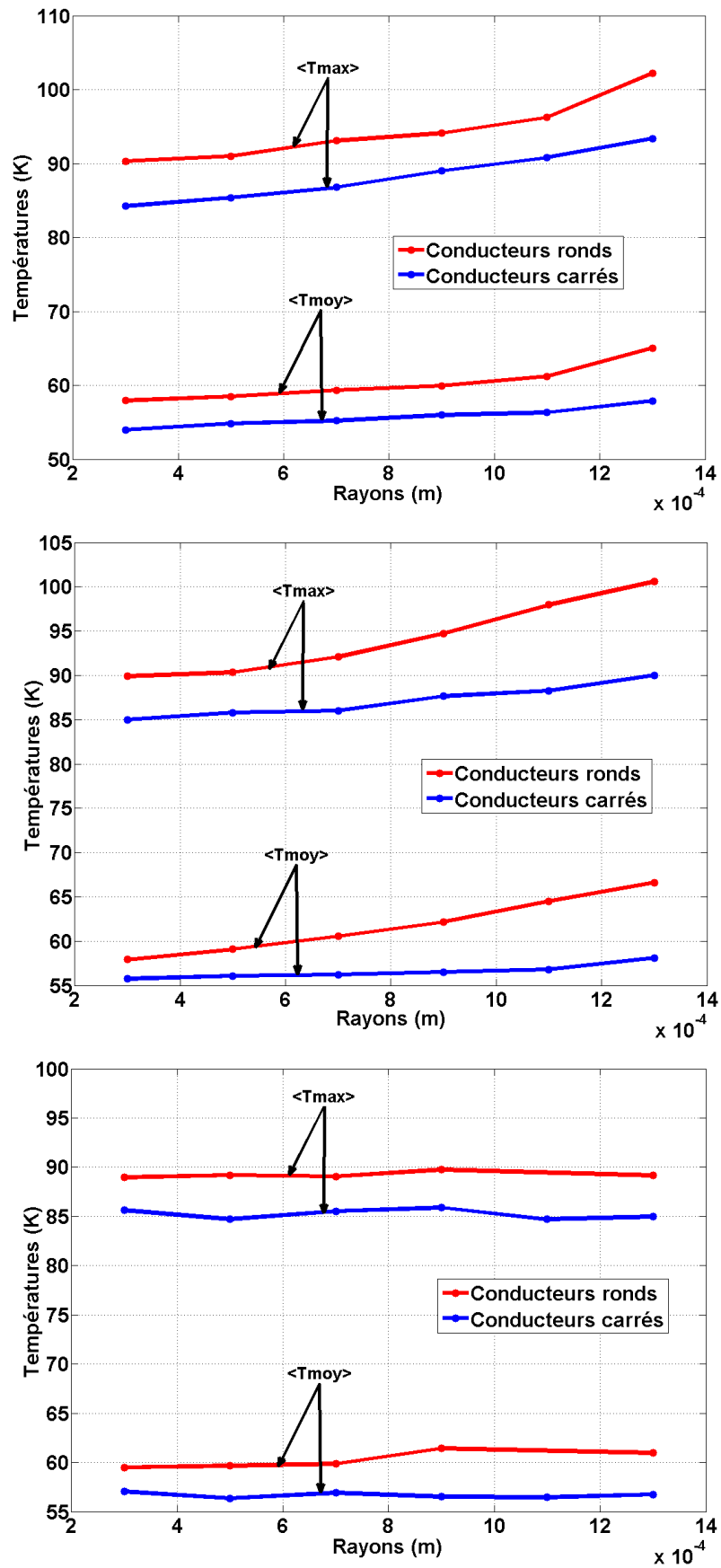


Figure II.35. Comparaison des températures à différents rayons des conducteurs pour des taux de remplissage de 40, 50 et 60% respectivement

Les résultats de simulations montrent clairement que les conducteurs carrés évacuent mieux la chaleur. Dans les trois taux de remplissage, les valeurs moyennes des températures maximales et moyennes du bobinage sont plus importantes dans le cas des conducteurs ronds. Les températures augmentent avec la valeur des rayons des conducteurs dans le cas des taux de remplissage de 40 et 50%. Autrement, les températures varient peu et sont quasiment constantes en fonction des rayons dans le cas du taux de remplissage de 60%. Ce résultat a été constaté pour les conducteurs ronds et carrés et pour les températures maximales et moyennes du bobinage. A fortes valeurs du taux de remplissage, la valeur des rayons a peu d'influence sur les valeurs moyennes des températures atteintes dans le bobinage.

II.5 Conclusion

Plusieurs techniques d'homogénéisation ont été utilisées pour remplacer le bobinage par un seul matériau homogène équivalent nous permettant d'obtenir un comportement thermique similaire en moyenne à celui d'un matériau hétérogène. Trois répartitions des conducteurs dans l'encoche ont été envisagées : carré, quinconce et aléatoire. Dans le cas où l'effet de structure n'est pas pris en compte pour déterminer la conductivité thermique équivalente, des solutions semi-analytiques sont proposées dans les lois d'homogénéisation. Pour des répartitions régulières (carré et quinconce), les expressions analytiques données par Perrins *et al* peuvent être utilisées pour déterminer les conductivités thermiques équivalentes. En effet, le calcul éléments finis effectué sur des cellules élémentaires est totalement en accord pour différentes valeurs du taux de remplissage. Dans le cas d'une répartition aléatoire, il a été montré par EF que la conductivité thermique équivalente peut être estimée correctement avec l'expression de Milton. La comparaison des différentes répartitions du point vue thermique a montré que la conductivité thermique équivalente est plus importante en moyenne pour des microstructures aléatoires. La comparaison est basée sur les estimations analytiques et les calculs éléments finis. La répartition en quinconce semble la plus défavorable pour l'obtention d'une conductivité thermique équivalente importante. Dans le cas d'un milieu hétérogène composé de trois phases, Mori et Tanaka ont proposé une estimation pour déterminer la conductivité thermique équivalente. L'étude a montré que la prise en compte de la conductivité thermique de l'isolant des conducteurs (verniss) n'est pas fondamentale dans la détermination de la conductivité thermique équivalente du bobinage.

Dans un plus proche du cas réel de configuration des bobinages, la technique d'homogénéisation a été étudiée en présence de l'effet de bord. La particularité dans ce cas est que les conductivités thermiques équivalentes dans les deux directions X et Y peuvent être différentes pour de forts taux de remplissage. Dans le cas de la répartition aléatoire, la distribution des conducteurs dans l'encoche influence la carte de température et par conséquent la valeur et le placement du point chaud. Cependant, sa position se situe généralement dans la partie inférieure de l'encoche. L'homogénéisation par éléments finis a été testée dans les trois cas de répartitions, les résultats obtenus sont satisfaisants sur la prédiction du niveau d'échauffement en particulier pour de fortes valeurs du taux de remplissage. Le modèle homogénéisé semble moins efficace pour des faibles taux de remplissage. La comparaison des niveaux d'échauffements des trois répartitions (températures maximales et moyennes), en supposant deux cas de pertes Joule, montre que la répartition en quinconce est la moins intéressante pour l'évacuation de la chaleur. Pour de faibles taux de remplissage, la répartition en carré semble évacuer mieux la chaleur. Pour des taux de remplissage plus importants, une répartition aléatoire des conducteurs peut conduire à une configuration plus favorable en termes d'évacuation de la chaleur.

L'étude de l'influence des dimensions géométriques sur la conductivité effective et les températures du bobinage a été abordée, en faisant varier les rayons des conducteurs pour un taux de remplissage fixe. Les résultats ont montré que la valeur moyenne de la conductivité effective du bobinage est maintenue constante pour différentes valeurs du rayon. Ce résultat a été constaté pour trois valeurs classiques du taux de remplissage (40, 50 et 60%), et pour deux formes géométriques des conducteurs (ronds et carrés). Concernant les températures maximales et moyennes du bobinage, les rayons des conducteurs influencent leurs valeurs moyennes. Dans les deux cas de formes géométriques des conducteurs, les valeurs moyennes des températures augmentent avec la valeur du rayon confirmant des études expérimentales existantes. Par conséquent, la solution avec de faibles rayons de bobinage semble être la plus adéquate pour évacuer au mieux la chaleur.

II.6 Bibliographie

- [II.1] P. Gnacinski, "Windings Temperature and loss of life of an induction machine under voltage unbalance combined with over-or undervoltages", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 23, No.2, 2008.
- [II.2] J. Nerg, M. Rilla and J. Pyrhönen, "Thermal analysis of radial-flux electrical machines with a high power density", IEEE Trans. On Industrial Electronics, Vol. 55, No.10, 2008.
- [II.3] J. Fouladgar and E. Chauveau, "The influence of the harmonics on the temperature of electrical machines", IEEE Trans. On Magnetics, Vol. 41, No.5, 2005.
- [II.4] J. Faiz, B. Ganji, C .E Castensen, K. A. Kasper and R. W De Doncker, "Temperature rise analysis of switched reluctance motors due to electromagnetic losses", IEEE Trans. On Magnetics, Vol. 45, No.7, 2009.
- [II.5] A. M. E. C. harris, T. M. Jahns and K. M. Rahman, "Thermal analysis of multibarrier interior PM synchronous machine using lumped parameter model", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 19, No.2, 2004.
- [II.6] O. I. Okoro, "Steady and transient states thermal analysis of 7.5 KW squirrel-cage induction machine at rated-load operation", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 20, No.4, 2005.
- [II.7] J-F. Trigeol, Y. Bertin and P. Lagonotte, "Thermal modeling of an induction machine through the association of two numerical approaches", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 21, No.2, 2006.
- [II.8] H. Rouhani, J. Faiz et C. Lucas, "Thermal modeling of an induction machine through the association of two numerical approaches", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 21, No.2, 2006.
- [II.9] G W. Milton, "Bounds on the transport and optical properties of a two component composite material", J. Appl. Phys, 52, pp. 5294-5304, 1981.
- [II.10] G. S. Springer, S. W. Tsai, "Thermal conductivities of unidirectional materials, J. Composites Materials", Vol 1, pp 166-173, 1967.

- [II.11] L. Daniel, and R. Corcolle, "A note on the effective magnetic permeability of polycrystals", IEEE Trans. on Mag, Vol. 43, No. 7, pp. 3153-3158, 2007.
- [II.12] Z. Hashin and S. Shtrikman, "A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials", J. Appl. Phys., 33(10), pp. 3125, 1962.
- [II.13] Z.G.W. Milton, "A complete characterization of invariant jointly rank-r convex quadratic forms and applications to composite materials", J. Appl. Phys., 52, pp. 5294-5304, 1981.
- [II.14] S. Torquato and F. Lado, "Bounds on the conductivity of a random array of cylinders", Pro. R. Soc. Lond A 417, 59-80, 1988.
- [II.15] T. Mori et K. Tanaka, "Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions", Pro. R. Soc. Lond A 417, pp. 59-80, 1988.
- [II.16] A. Lefevre, "Contribution à la modélisation électrique, électromagnétique et thermique des transformateurs. Application à l'étude de l'échauffement sur charges non linéaires ", thèse de doctorat à l'université de Nantes, 2006.
- [II.17] E. Chauveau, "Contribution au calcul électromagnétique et thermique des machines électriques, application à l'étude de l'influence des harmoniques sur l'échauffement des moteurs asynchrones", thèse de doctorat à l'université de Nantes, 2001.
- [II.18] D. Trichet, "Contribution à la modélisation, à la conception et au développement du chauffage par induction des matériaux composites", thèse de doctorat à l'université Saint Nazaire, 2000.
- [II.19] A. Ahmad, "Contribution à la modélisation des transformateurs de puissance et de leur comportement en haute fréquence", thèse de doctorat à l'école Centrale de Lyon, 1992.
- [II.20] A. Fasquelle "Contribution à la modélisation multi-physique électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction", thèse de doctorat à l'école Centrale de Lille, 2007.
- [II.21] G. Bousaleh, "Etude et Simulation du Comportement du Transformateur en Haute Fréquence", thèse de doctorat à l'école Central d Lyon, 1989.
- [II.22] A. Chentouf, "Contribution à la modélisation électrique magnétique et thermique d'un applicateur de plasma inductif haute fréquence", thèse de doctorat à l'université de Nantes, 1994.
- [II.23] Y. Bertin, "Analyse des transferts de chaleur dans un moteur électrique asynchrone - développement d' un environnement C.A.O. et modélisations thermo aérauliques", thèse de doctorat de l' université à Poitiers, 1987.
- [II.24] S. Thieblin, "Analyse et modélisation du comportement thermique d' un moteur électrique soumis à des régimes de charge et de vitesse variables. Application au moteur de traction d' un véhicule électrique", thèse de doctorat de l' université à Poitiers, 1997.
- [II.25] M. Broussely, "Réduction de modèles thermiques par la théorie des réseaux, Application à la surveillance d' une machine asynchrone par couplage d' un modèle

thermique réduit avec un schéma équivalent électrique", thèse de doctorat à l' université de Poitiers, 2000.

[II.26] Y. Fang Chen, "Modélisation thermique des moteurs asynchrones en vue de la réalisation d' un outil CAO", thèse de doctorat à l' université de Rouen, 1994.

[II.27] W. T. Perrins, D. R. McKenzie and R. C. McPhedran, "Transport properties of regular arrays of cylinders", *Pro. R. Soc. Lond A* 369, pp. 207-225, 1979.

[II.28] R. Corcolle, "Détermination de lois de comportement couplé par des techniques d'homogénéisation : Application aux matériaux du Génie Electrique", thèse de doctorat à l'université de Paris 11, 2009.

[II.29] E. Hong, M. Lécivain, S. Hlioui, H. Ben Ahmed and B. Multon, "Element of slot thermal modelling", *Speedam 2010, International Symposium on Power Electronics*, pp. 303-305, 2010.

[II.30] L. Rayleigh, "On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium", *Philos. Mag.* 34, 481-502, 1892.

CHAPITRE III

Modèle thermique équivalent d'une encoche statorique

III.1 Introduction

Les modèles thermiques analytiques pour les applications machines électriques sont fort appréciés. Le but est de fournir une évaluation précise des températures dans les différentes parties de la machine. La valeur du point chaud situé pour la plupart des cas dans le bobinage est particulièrement recherchée par ces modèles [III.1]-[III.7].

La méthode nodale est souvent utilisée dans la modélisation thermique des machines électriques. Elle est basée sur une division de la géométrie en un certain nombre de volumes élémentaires [III.7] [III.20]. Chaque volume est supposé isotherme à la température de son centre où l'on définit un nœud auquel une source de chaleur et une capacité thermique sont associées. Les nœuds attribués au centre des volumes sont connectés par des conductances thermiques traduisant la nature des échanges thermiques. Ceci conduit à la construction du réseau nodal modélisant ainsi la machine. Une bonne connaissance des échanges thermiques est alors indispensable à l'emplacement des nœuds dans des volumes isothermes. Il faut ajouter que le calcul des conductances thermiques peut être parfois fastidieux. En effet, dans le cas des géométries complexes, il est difficile de déterminer les paramètres thermiques (résistances et capacités thermiques) du modèle avec une grande précision [III.2] [III.6]. La difficulté se situe dans le choix de la longueur et de la surface entre deux nœuds pour calculer la résistance thermique.

Dans ce chapitre, nous proposons une méthode numérique permettant d'obtenir un modèle thermique simple de l'encoche, qui peut être réduit à un seul nœud pour calculer par exemple la valeur du point chaud. Ce modèle est applicable pour toute forme de géométrie. Différentes méthodes numériques, telles que la méthode des éléments finis ou la Finite Integration Technique (FIT), peuvent être utilisées pour résoudre les équations différentielles de la chaleur et ainsi obtenir le modèle souhaité. Dans notre cas, c'est la FIT qui a été retenue. Le choix de cette méthode est justifié pour les raisons de simplicité au niveau de la construction des matrices nécessaires à l'obtention du modèle. Par ailleurs, elle fait apparaître naturellement les éléments thermiques, recherchés, comme nous le montrerons par la suite. A partir des équations matricielles, plusieurs modèles thermiques sont établis, associés respectivement à chaque nœud dans l'encoche. Une fois les paramètres thermiques déterminés pour chaque modèle, l'utilisateur peut retenir un seul nœud où il souhaite plus particulièrement étudier la valeur de la température. Dans la plupart des cas, ce sont les températures maximale et moyenne du bobinage qui ont le plus d'intérêt. L'évolution temporelle des températures est prise en compte en déterminant la constante du temps du système à partir de la matrice couplée obtenue par la FIT. Les capacités thermiques équivalentes associées à chaque nœud sont ensuite déduites à partir de cette constante.

Le modèle thermique équivalent de l'encoche est obtenu en se basant sur quelques hypothèses indispensables à la mise en équation mathématique du problème. La première approche proposée considère ainsi que le bord de l'encoche est isotherme. Cependant, dans le cas réel des machines électriques, la surface de séparation entre le bobinage et le fer statorique est parfois loin d'être isotherme. Il est alors possible d'étendre le modèle au delà de cette hypothèse et ainsi de l'améliorer, en supposant le bord de l'encoche isotherme par morceau.

L'étape d'homogénéisation des propriétés thermiques du bobinage déjà présentée dans l'étude précédente est utilisée ici pour l'obtention du modèle thermique. On rappelle que la technique de Milton a été retenue pour remplacer l'hétérogénéité des matériaux des encoches par un seul matériau homogène équivalent.

Dans la première partie de ce chapitre, les principes de base de la FIT sont présentés pour la discrétisation de la géométrie et des équations de la chaleur. Deux maillages dits primal et dual sont utilisés pour la discrétisation de la géométrie. Dans un premier temps, la construction des maillages est présentée en définissant la convention d'orientations des différents éléments qui les composent. Par la suite, les deux opérateurs gradient et divergence nécessaires pour notre étude thermique sont discrétisés. Cette démarche amène à mettre les équations thermiques sous forme matricielle.

En se basant sur la FIT, les équations thermiques sont alors ramenées à un système d'équations matricielles permettant de déduire les valeurs des paramètres des modèles thermiques. Dans un premier temps, des modèles thermiques équivalents sont obtenus pour une encoche sans fer statorique. Les modèles sont réduits à un seul nœud, afin de calculer une température particulière (point chaud par exemple). Les modèles thermiques équivalents sont obtenus en faisant deux hypothèses sur le bord de l'encoche : isotherme et isotherme par morceau. Afin d'associer le fer à l'encoche, les éléments du modèle du fer sont déterminés en se basant sur une discrétisation simple par la FIT. Ainsi, deux types de modèle thermique équivalent de l'encoche avec fer statorique sont obtenus : un modèle basé sur l'hypothèse bord de l'encoche isotherme, et un autre, isotherme par partie.

La validité des modèles est évaluée par comparaison aux éléments finis en considérant deux formes géométriques de l'encoche : une encoche simple puis une encoche de géométrie plus complexe que l'on retrouve dans une machine à commutation de flux. Il faut noter que la comparaison des différents modèles aux éléments finis est faite sur la valeur du point chaud dans l'encoche.

Dans la dernière partie, une étude de l'influence de raffinement du maillage sur les différents paramètres thermiques est effectuée. Le but est de savoir s'il est nécessaire d'augmenter le nombre de nœuds dans l'encoche pour améliorer la précision du modèle thermique équivalent.

III.2 Présentation de la FIT (Finite Integration Technique)

La FIT fut introduite par Weiland en 1977 pour traiter un problème en électrodynamique dans [III.9], article dans lequel la technique est appliquée sur l'ensemble des équations de Maxwell dans leurs formes intégrales. Une des particularités de cette méthode consiste à l'utilisation de deux maillages décalés, l'un primal et l'autre dual. La géométrie est décomposée en un nombre fini de parallélépipèdes rectangles. L'ensemble des cellules constitue une grille primale, notée G . La discrétisation des équations algébriques nécessite aussi la construction du deuxième maillage, appelé maillage dual \tilde{G} .

III.2.1 Discrétisation spatiale

III.2.1.1 Maillage primal

La figure III.1 présente un espace décomposé en un nombre finis de volumes constituant un maillage primal :

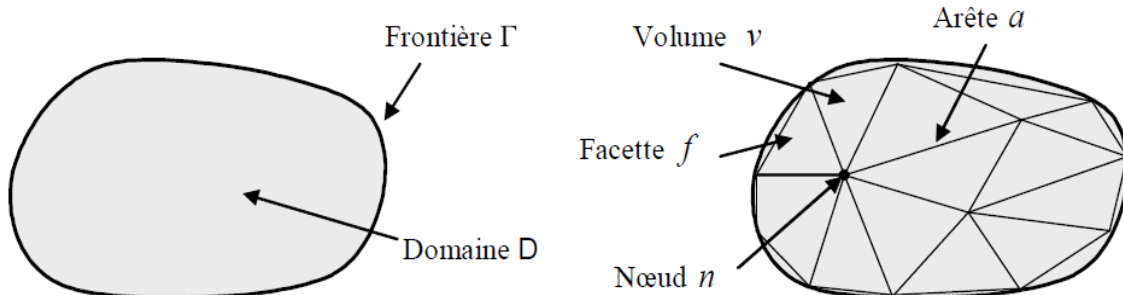


Figure III.1. Discrétisation du domaine dans l'espace en volumes élémentaires [III.13]

Chaque volume du maillage est constitué de facettes f (2D), d'arêtes a (1D) et de nœuds n (0D). Il est nécessaire de choisir une orientation des éléments géométriques du maillage primal qui est arbitraire, tandis que l'orientation du maillage dual est déduite du maillage primal. Une arête, dans notre cas, est orientée du nœud d'indice plus petit vers un nœud d'indice plus grand. L'orientation du nœud est positive lorsqu'elle est sortante (figure III.2). L'orientation de la facette primale est donnée par le sens du vecteur normal à la surface. Une facette est constituée de plusieurs arêtes, le vecteur normal est obtenu par le produit vectoriel des deux premiers vecteurs comme présenté sur la figure suivante :

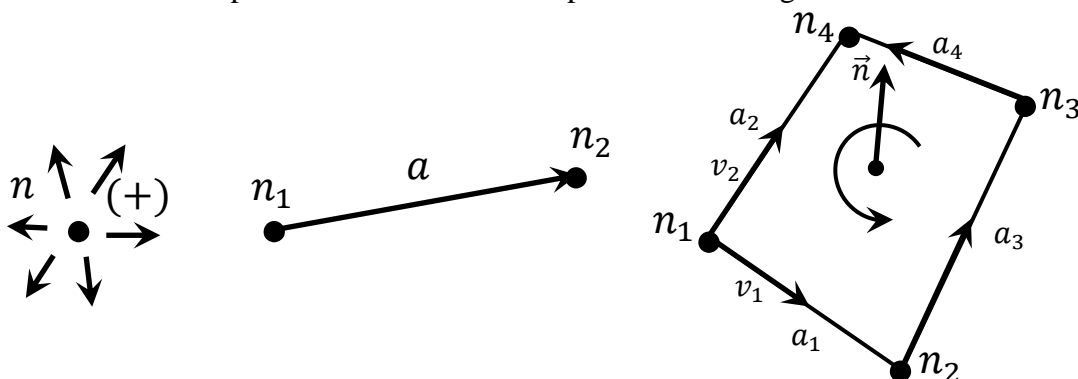


Figure III.2. Orientations d'un nœud, d'une arête et d'une facette primale respectivement

III.2.1.2 Maillage dual

Le maillage dual est obtenu à partir du maillage primal, en associant à chaque élément du maillage primal un nouvel élément géométrique. Les orientations des éléments géométriques du maillage dual sont effectuées de la manière suivante :

- Chaque arête duale \tilde{a} est associée à une facette primale f . Les orientations des arêtes duales et des facettes primales doivent être dans le même sens.
- Chaque facette duale \tilde{f} est associée à une arête primale. On prend le vecteur normal de la facette qui doit avoir le même sens que l'arête primale.
- Chaque nœud dual est placé à l'intérieur du volume du maillage primal.

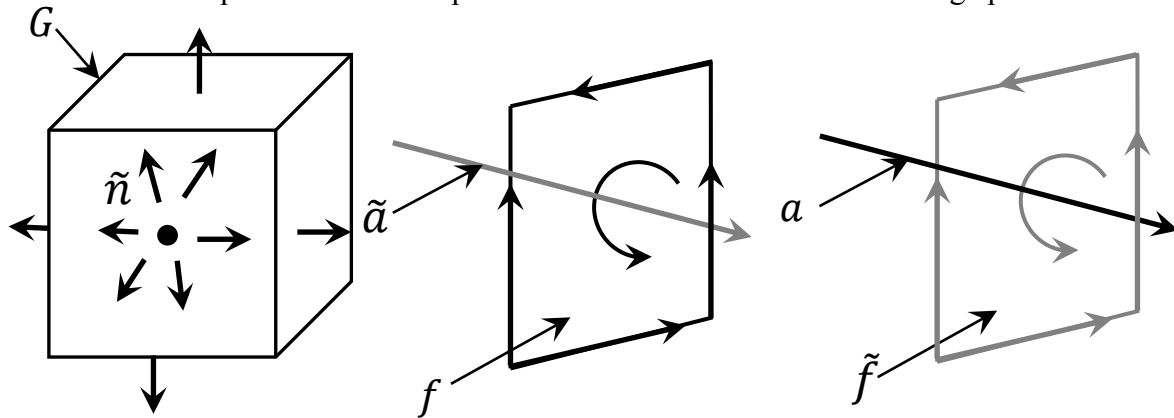


Figure III.3. Orientations d'un nœud, d'une arête et d'une facette duale respectivement

La figure III.4 montre la construction d'un maillage dual régulier en 3D :

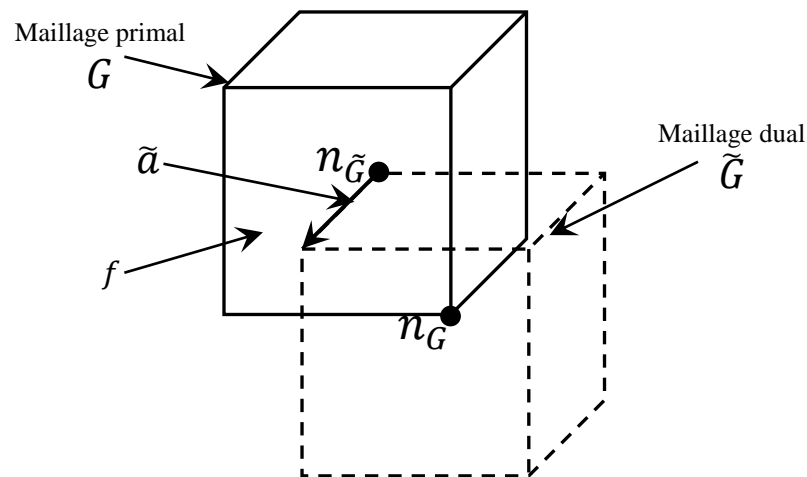


Figure III.4. Illustration de la construction du maillage dual en 3D

III.2.2 Discrétisation des opérateurs mathématiques

Afin d'établir un système matriciel linéaire, les opérateurs vectoriels utilisés pour les équations de la chaleur sont discrétisés. Dans notre cas, deux opérateurs gradient et divergence doivent être discrétisés.

III.2.2.1 Opérateur gradient discret

La densité du flux thermique $\vec{\varphi}$ s'exprime en fonction du gradient de la température par la relation de Fourier. On définit alors un vecteur de gradient, \vec{h} tel que :

$$\vec{h} = \overrightarrow{\text{grad}}T \quad (\text{III.1})$$

Entre deux nœuds primaux où sont définis deux températures T_{n1} et T_{n2} , la circulation du vecteur \vec{h} sur une arête de parcours γ s'écrit :

$$\int_{\gamma} \vec{h} \cdot \overrightarrow{d\gamma} = T_{n2} - T_{n1} \quad (\text{III.2})$$

La circulation du gradient est discrétisée sur les arêtes primales et s'exprime en fonction des températures des nœuds d'une manière générale :

$$h_a = \sum_{n=1}^N G_{an} T_n \quad (\text{III.3})$$

G_{an} correspond à la matrice dite d'incidence arêtes-nœuds constituée uniquement de -1, 0 ou 1, et est de dimension [Nombre arêtes \times Nombre nœuds] [III.11] [III.14]. En considérant une orientation d'une arête, $G_{an} = +1$ si le nœud est l'origine de l'arête a et $G_{an} = -1$ si le nœud correspond à l'extrémité de l'arête. $G_{an} = 0$ dans le cas où le nœud n'appartient pas à l'arête et donc n'a aucune incidence sur l'arête. L'opérateur gradient discrétisé correspond alors à la matrice G , et un système matriciel d'équations est déduit sur l'ensemble des arêtes du maillage :

$$h = GT \quad (\text{III.4})$$

III.2.2.2 Opérateur divergence discret

Considérons un volume constitué de 6 facettes notées $f_1 \dots f_6$, la divergence de la densité du flux thermique est nulle en régime permanent et en absence de source de chaleur :

$$\text{div}(\vec{\varphi}) = \vec{0} \quad (\text{III.5})$$

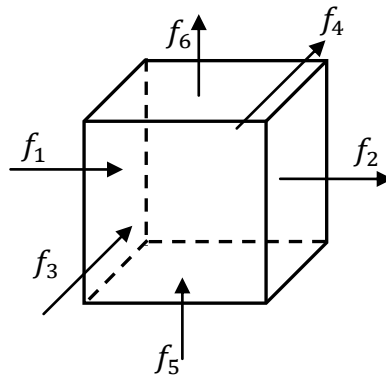


Figure III.5. Orientation des facettes pour la construction de la matrice divergence

L'orientation des facettes est définie par rapport au sens du vecteur normal à chaque surface (entrant ou sortant). L'équation (III.5) peut s'exprimer sous la forme intégrale :

$$\oint \vec{\varphi} d\vec{S} = \iint_{f_1} \vec{\varphi} d\vec{S} + \iint_{f_2} \vec{\varphi} d\vec{S} + \iint_{f_3} \vec{\varphi} d\vec{S} + \iint_{f_4} \vec{\varphi} d\vec{S} + \iint_{f_5} \vec{\varphi} d\vec{S} + \iint_{f_6} \vec{\varphi} d\vec{S} = 0 \quad (III.6)$$

En notant φ_{f_i} le flux à travers chaque facette i du volume :

$$\oint \vec{\varphi} d\vec{S} = -\varphi_{f_1} + \varphi_{f_2} - \varphi_{f_3} + \varphi_{f_4} - \varphi_{f_5} + \varphi_{f_6} = 0 \quad (III.7)$$

D'une manière générale, l'équation (III.7) peut s'écrire alors sous forme matricielle :

$$\oint \vec{\varphi} d\vec{S} = \tilde{D}\varphi_f = 0 \quad (III.8)$$

En tenant compte de la définition de l'orientation des facettes, la matrice \tilde{D} de dimension [Nombre volumes \times Nombre facettes] et appelée d'incidence volume-facettes représente l'opérateur divergence discret. Les coefficients de cette matrice sont +1 si l'orientation de la facette est sortante du volume, -1 si la facette est orientée rentrante et 0 si la facette n'appartient pas au volume.

L'orientation des éléments du maillage dual étant induite par celles des éléments du maillage primal, on peut obtenir l'égalité suivante [III.11]:

$$G = -\tilde{D}^T \quad (III.9)$$

III.3 Modèle thermique équivalent d'une encoche statorique

Après avoir présenté les outils nécessaires à la discrétisation des équations thermiques, l'obtention du modèle thermique équivalent d'une encoche statorique fait l'objet de cette partie. En se basant sur certaines hypothèses, la résistance et la capacité thermique équivalentes d'une encoche sont déterminées. Pour illustrer le principe de la méthode, la forme géométrique de l'encoche est une part d'un cylindre en 2D dans un premier temps. Afin de montrer l'efficacité de la méthode, une encoche de géométrie plus complexe est étudiée dans un second temps.

III.3.1 Mise en place du système matriciel des équations thermiques de conduction

La géométrie utilisée pour l'étude thermique est restreinte au cas 2D, les éléments constituant les maillages sont donc surfaciques. Comme nous l'avons vu précédemment, les températures sont associées aux nœuds de la grille primale. Chaque arête de la grille est donc associée à une circulation du gradient de températures. Les densités du flux thermique sont associées aux facettes du maillage dual.

La méthode FIT consiste à transformer les équations thermiques de leur forme différentielle en équations matricielles, en passant par une discrétisation de leur forme intégrale :

$$\begin{cases} -div(\vec{\varphi}) + p = \rho_b C_b \frac{\partial T}{\partial t} \\ \vec{\varphi} = -\lambda_b \overrightarrow{grad}(T) = \lambda_b \vec{h} \end{cases} \quad (III.10)$$

p représente la densité de puissance dans une cellule élémentaire de l'encoche, ρ_b et C_b sont la masse volumique et la capacité massique équivalentes du bobinage. Leurs valeurs peuvent se calculer sur le matériau composite par une moyenne pondérée [III.17] :

$$\begin{cases} \rho_b = \rho_{Cu}\tau + \rho_{re}(1 - \tau) \\ C_b = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_b}C_{Cu}\tau + \frac{\rho_{re}}{\rho_b}C_{re}(1 - \tau) \end{cases} \quad (III.11)$$

ρ_{Cu} et ρ_{re} sont les masses volumiques des conducteurs en cuivre et de la résine respectivement. λ_b est la conductivité thermique équivalente obtenue à partir de l'estimation de Milton. C_{Cu} et C_{re} représentent les capacités massiques du cuivre et de la résine respectivement.

Le système matriciel des équations thermiques s'écrit alors :

$$\begin{cases} -\tilde{D}\varphi + P = C \frac{dT}{dt} \\ h = \tilde{D}^t T \end{cases} \quad (III.12)$$

où φ est le flux thermique à travers les facettes du maillage dual, P et C sont le vecteur de la source de chaleur (pertes Joule) et la matrice des capacités thermiques. Afin de compléter le système d'équations, une loi de comportement thermique doit être ajoutée au système d'équations :

$$\varphi = M_\lambda h \quad (III.13)$$

Dans le cas où les deux maillages dual et primal sont orthogonaux, la matrice M_λ est diagonale et les éléments de la matrice m_{ii} s'expriment par :

$$m_{ii} = \frac{\iint_{S_{fi}} \vec{\varphi} \cdot d\vec{S}}{\int_{l_i} \vec{h} \cdot d\vec{l}} = \lambda_e \frac{S_{fi}}{l_i} \quad (III.14)$$

λ_e représente la conductivité thermique locale, S_{fi} (largeur de l'arête duale \times épaisseur) la surface de la facette i et l_i la longueur de l'arête i (primale).

A partir du système d'équations (III.12) et de la loi du comportement, on peut écrire :

$$-\tilde{D}M_\lambda\tilde{D}^t T + P = C \frac{dT}{dt} \quad (III.15)$$

Le but est de déterminer les résistances thermiques équivalentes pour chaque nœud, ainsi que les capacités thermiques équivalentes associées. Les pertes Joules P sont considérées uniformes sur la surface de l'encoche, et il est alors possible d'exprimer les pertes dans chaque cellule du maillage : $P = P_0 Q$ avec $Q_i = \frac{S_i}{S_e}$, S_e étant la surface totale de l'encoche, S_i la surface de chaque élément (cellule duale) et P_0 les pertes Joule totales dans l'encoche. La capacité thermique est calculée par le produit de la capacité massique, la masse volumique et la surface de la cellule duale. Le système s'écrit à nouveau :

$$-\tilde{D}M_\lambda\tilde{D}^t T + P_0 Q = C \frac{dT}{dt} \quad (III.16)$$

$$\text{Soit : } A_G = \tilde{D} M_\lambda \tilde{D}^t \quad (\text{III.17})$$

Le vecteur des températures T contient un vecteur des températures inconnues T_i mais aussi la température supposée connue T_f qui est la température du bord de l'encoche :

$$T = (T_1 \dots T_n | T_f)^t \quad (\text{III.18})$$

La matrice A_G peut alors être décomposée en plusieurs parties :

$$A_G T = \begin{pmatrix} A_e & A_f \\ A_f^t & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_i \\ T_f \end{pmatrix} \quad (\text{III.19})$$

A_e est une sous matrice carrée de A_G , elle correspond aux équations inconnues.

III.3.2 Hypothèse considérant le bord de l'encoche isotherme

Dans ce premier cas, la frontière entre l'encoche et le fer statorique est considérée isotherme à une température T_f . Pour des raisons de symétrie, une demi-encoche est considérée pour le calcul thermique. Le maillage utilisé est grossier, ce qui conduit à un temps de calcul très court. En considérant uniquement la moitié de l'encoche, 9 nœuds sont considérés sur le maillage primal. Par symétrie, 18 nœuds au total sont attribués dans une encoche entière. La figure III.6 montre la discrétisation retenue pour la demi-encoche :

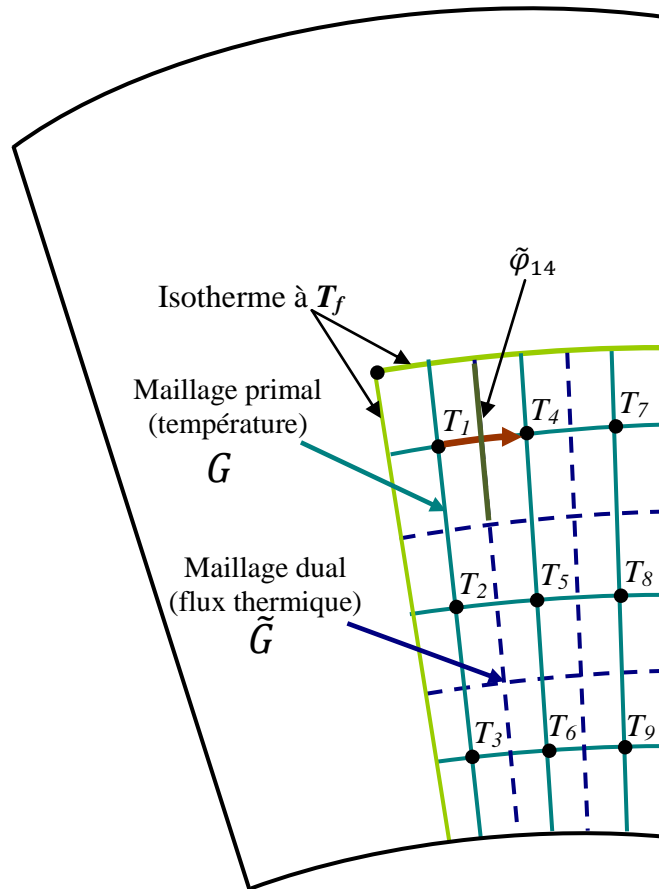


Figure. III.6. Discrétisation d'une demi-encoche statorique avec les deux maillages

Le but est d'exprimer l'ensemble des températures T_i en fonction de la température T_f . En remplaçant (III.19) dans (III.16), le système devient :

$$T_i + A_e^{-1} \cdot C \frac{dT_i}{dt} = A_e^{-1} \cdot P_0 Q - A_e^{-1} \cdot A_f \cdot T_f \quad (\text{III.20})$$

- Le produit matriciel de $A_e^{-1} \cdot Q$ donne un vecteur R représentant les résistances thermiques équivalentes entre chaque nœud i de l'encoche et le nœud du fer statorique f .
- Le produit matriciel de $A_e^{-1} \cdot A_f$ donne un vecteur I dont les éléments sont tous égaux à -1 (voir annexe B).
- Le produit matriciel de $A_e^{-1} \cdot C$ donne une matrice τ_{RC} qui n'est pas uniquement diagonale, et qui lie les différentes équations différentielles du premier ordre entre elles. A partir d'une diagonalisation de cette matrice, il est alors possible de déduire les différentes constantes de temps intervenant dans le système.

Au final, le système s'écrit sous la forme :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix} + \tau_{RC} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix} \cdot P_0 + \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \cdot T_f \quad (\text{III.21})$$

La difficulté est que les températures T_i sont couplées par la matrice τ_{RC} . Afin de calculer les capacités thermiques associées à chaque nœud, la constante de temps du système peut être déduite en approximant le système à un 1^{er} ordre. Il est en effet possible de découpler le système, en diagonalisant la matrice couplée τ_{RC} .

$$\text{On peut écrire alors : } \tau_{RC} = P_p^{-1} \cdot D_{RC} \cdot P_p \quad (\text{III.22})$$

D_{RC} et P_p représentent respectivement la matrice diagonalisée et la matrice de passage. Le système découplé peut s'écrire alors :

$$\begin{pmatrix} T'_1 \\ \vdots \\ T'_n \end{pmatrix} + D_{RC} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} T'_1 \\ \vdots \\ T'_n \end{pmatrix} = P_p \begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix} \cdot P_0 + P_p \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \cdot T_f \quad (\text{III.23})$$

$$\text{avec : } T'_i = P_p \cdot T_i$$

La matrice D_{RC} étant diagonale, le système (III.23) est alors découplé. Les valeurs propres λ_i de la matrice diagonale sont précisément les constantes de temps des températures T'_i . Pour revenir au système réel afin de calculer les températures T_i , il suffit de multiplier par l'inverse de la matrice de passage :

$$T_i = P_p^{-1} \cdot T'_i \quad (\text{III.24})$$

Par conséquent, les températures T_i sont des combinaisons des températures T'_i , et dépendent de leurs constantes de temps. L'idée est de faire en sorte de ne considérer qu'une seule des constantes de temps pour se ramener à des systèmes du 1^{er} ordre avec une constante de temps unique. Ceci permet alors d'avoir uniquement deux paramètres R_i et C_i pour chaque modèle. En pratique, on choisit la valeur maximale des valeurs propres comme constante de temps du système :

$$\tau = R_i C_i = \max(\lambda_i) \quad (\text{III.25})$$

Dans la partie qui suit, on montrera en effet que le système est régi principalement par une seule constante de temps, qui correspond à la valeur maximale des valeurs propres. La détermination des paramètres thermiques équivalents nous conduit alors à des schémas équivalents de l'encoche statorique tels que celui présenté sur la figure suivante :

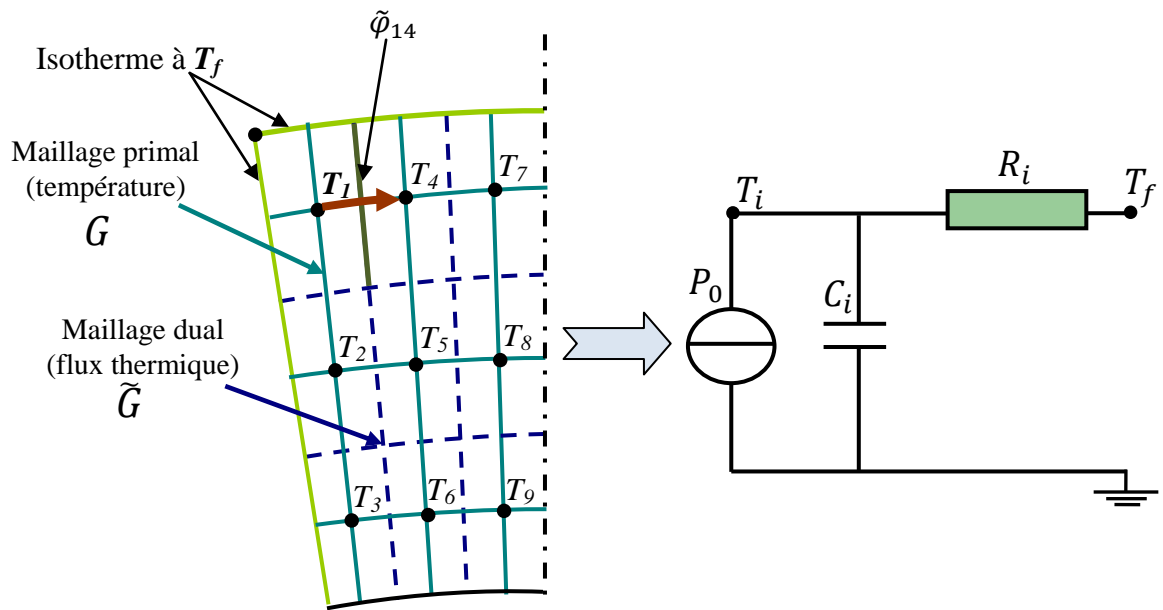


Figure. III.7. Modèle thermique équivalent réduit de l'encoche statorique

Le modèle thermique de l'encoche est réduit à un seul nœud et ses paramètres R_i et C_i sont déduits des équations précédentes. Le choix du schéma équivalent dépend de la température que nous désirons déterminer. Généralement ce sont les températures maximales et moyennes qui sont recherchées dans le cas du bobinage des machines électriques. La détermination de la valeur du point chaud se fait en retenant la valeur maximale des résistances thermiques équivalentes. La moyenne des résistances thermiques équivalentes peut fournir la température moyenne du bobinage.

En se basant sur le modèle semi analytique de Milton qui nous permet d'estimer la conductivité effective du bobinage, les résistances et les capacités thermiques équivalentes du bobinage sont déterminées en fonction du taux de remplissage. La figure III.9 présente les variations des résistances et capacités thermiques équivalentes en fonction du taux de remplissage. Les résultats obtenus montrent que les résistances thermiques diminuent en fonction du taux de remplissage. En effet, ce résultat est prévisible puisque la résistance thermique est inversement proportionnelle à la conductivité thermique équivalente. L'écart entre les résistances thermiques équivalentes diminue avec l'augmentation du taux de

remplissage, ce qui conduit à une température presque uniforme dans le bobinage à forte valeur du taux de remplissage. La résistance maximale du bobinage correspond au nœud 8, permettant ainsi de calculer le point chaud du bobinage pour différentes valeurs du taux de remplissage. La valeur minimale de la résistance est obtenue pour le nœud 3. La variation des capacités thermiques équivalentes est linéaire en fonction du taux de remplissage. Ici, l'écart entre les différentes capacités augmente avec le taux de remplissage. Ces résultats montrent qu'il semble possible d'écrire des modèles analytiques simples permettant d'obtenir les résistances et capacités thermiques dépendant du taux de remplissage pour une géométrie donné.

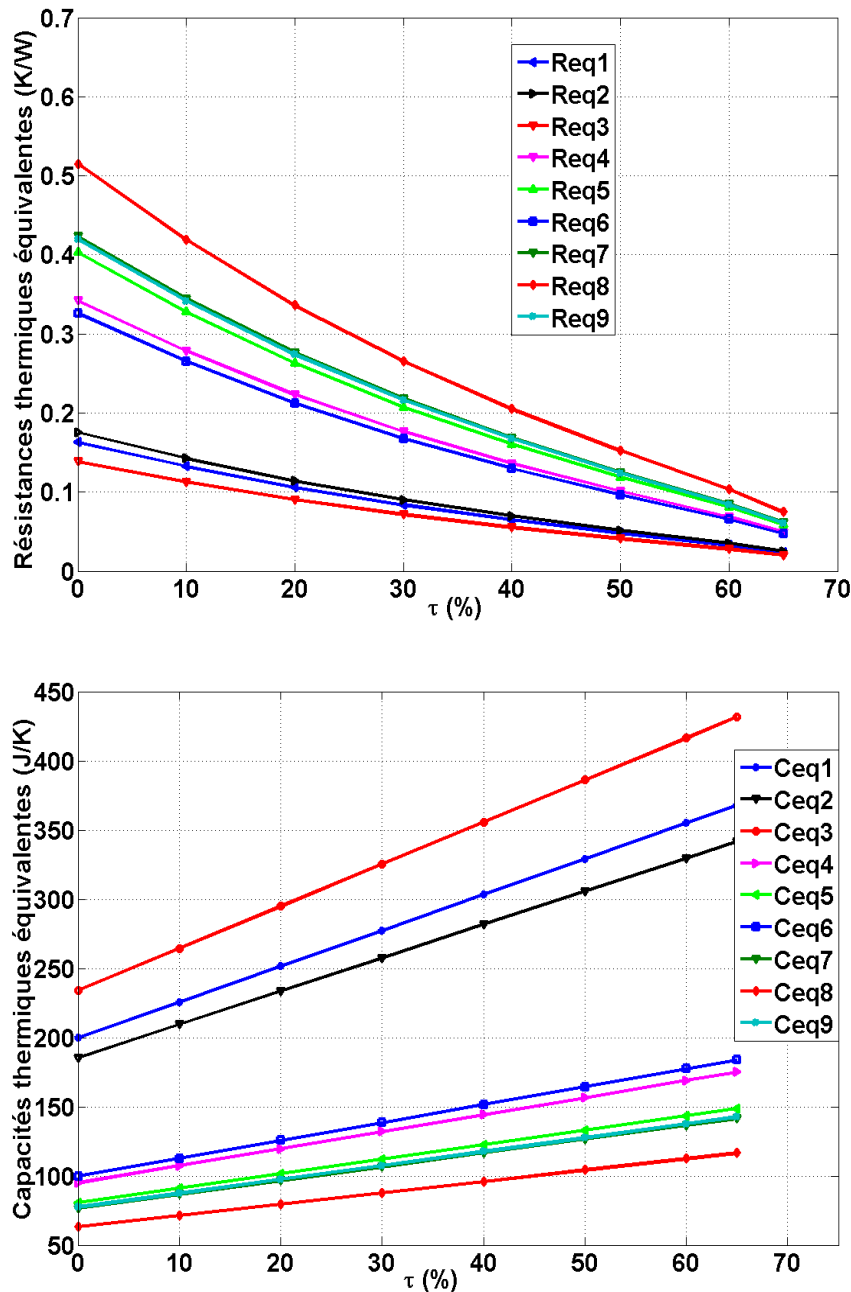


Figure. III.8. Résistances et capacités thermiques équivalentes respectives en fonction du taux de remplissage

Dans le cas particulier du taux de remplissage de 50%, les résistances thermiques équivalentes et les valeurs propres calculées par la FIT sont les suivantes :

$$\begin{array}{ccc}
 R_{eq} = \begin{bmatrix} 0,048 \\ 0,051 \\ 0,041 \\ 0,101 \\ 0,119 \\ 0,096 \\ 1,125 \\ 1,152 \\ 0,124 \end{bmatrix} & \tau_{RC} = \begin{bmatrix} 15,79 \\ 11,26 \\ 9,20 \\ 3,04 \\ 2,39 \\ 0,94 \\ 1,33 \\ 1,74 \\ 1,75 \end{bmatrix} & C_{eq_i} = \frac{\max(\tau_{RC})}{R_{eq_i}} \rightarrow C_{eq} = \begin{bmatrix} 328,98 \\ 305,50 \\ 386,08 \\ 156,66 \\ 132,95 \\ 164,42 \\ 126,53 \\ 104,07 \\ 127,58 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Afin de vérifier la concordance de la constante du temps déduite de la matrice couplée, nous calculons la constante du temps du système en considérant les équations thermiques en régime transitoire. La résolution temporelle du système (III.21) est réalisée par la discrétisation du temps de la manière suivante (Euler implicite) :

$$\left(\frac{dT}{dt} \right)^n = \frac{T^n - T^{n-1}}{\Delta t} \quad (III.26)$$

On obtient l'équation récurrente suivante :

$$T^n = \left(I_d + \frac{\tau_{RC}}{\Delta t} \right)^{-1} \cdot R \cdot P_0 + \left(I_d + \frac{\tau_{RC}}{\Delta t} \right)^{-1} \cdot I \cdot T_f + \left(I_d + \frac{\tau_{RC}}{\Delta t} \right)^{-1} \cdot \frac{\tau_{RC}}{\Delta t} \cdot T^{n-1} \quad (III.27)$$

Une évolution temporelle des températures dans l'encoche approximée à un système du 1^{er} ordre d'une seule constante de temps, correspondrait à écrire que le terme suivant varie linéairement en fonction du temps :

$$\ln \left(\frac{T_f - T}{T_f} \right) = \frac{-1}{\tau} t \quad (III.28)$$

T_f est la valeur finale en régime établi et τ représente la constante réelle des températures dans l'encoche. La constante de temps intervient dans le coefficient directeur de la droite. Il s'agit alors de représenter l'évolution de ce terme pour les températures dans l'encoche obtenues avec III.27.

La figure III.9 représente les courbes correspondant au terme de gauche des équations (III.28) pour chaque température dans l'encoche. La constante de temps correspondant à chaque température est déterminée à partir du coefficient directeur de chaque droite :

$$\tau = [15,47 \ 15,74 \ 15,47 \ 15,47 \ 15,74 \ 15,47 \ 15,47 \ 15,74 \ 15,74]^t \quad (III.29)$$

Les constantes du temps obtenues sont presque identiques, ce qui montre que le système est régi principalement par une seule constante de temps. Celle-ci est très proche de la constante de temps déterminée par le choix de la valeur maximale des valeurs propres. Ces calculs nous ont permis de justifier l'approximation de l'évolution temporelle des températures dans l'encoche en choisissant la valeur maximale des valeurs propres de la matrice couplée.

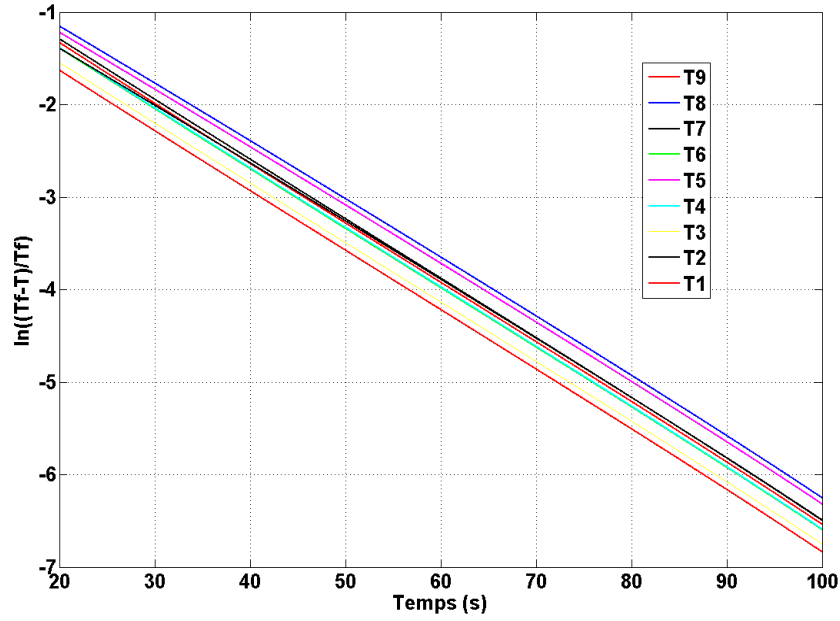


Figure. III.9. Courbes représentatives des équations (III.28)

III.3.3 Hypothèse considérant le bord de l'encoche isotherme par morceau

Pour obtenir un modèle plus réaliste, il est nécessaire d'étendre le modèle en tenant compte d'une non isothermie sur le bord de l'encoche. Dans ce cas, le bord de l'encoche est décomposé en plusieurs morceaux isothermes à une température T_{fi} (voir la figure III.10). Le nombre de nœuds inconnus dans l'encoche reste le même que dans le cas précédent, cependant T_f n'est plus un scalaire mais un vecteur. Le but est d'exprimer toutes les températures inconnues dans l'encoche en fonction des températures du bord de l'encoche T_{fi} , en faisant apparaître les paramètres thermiques.

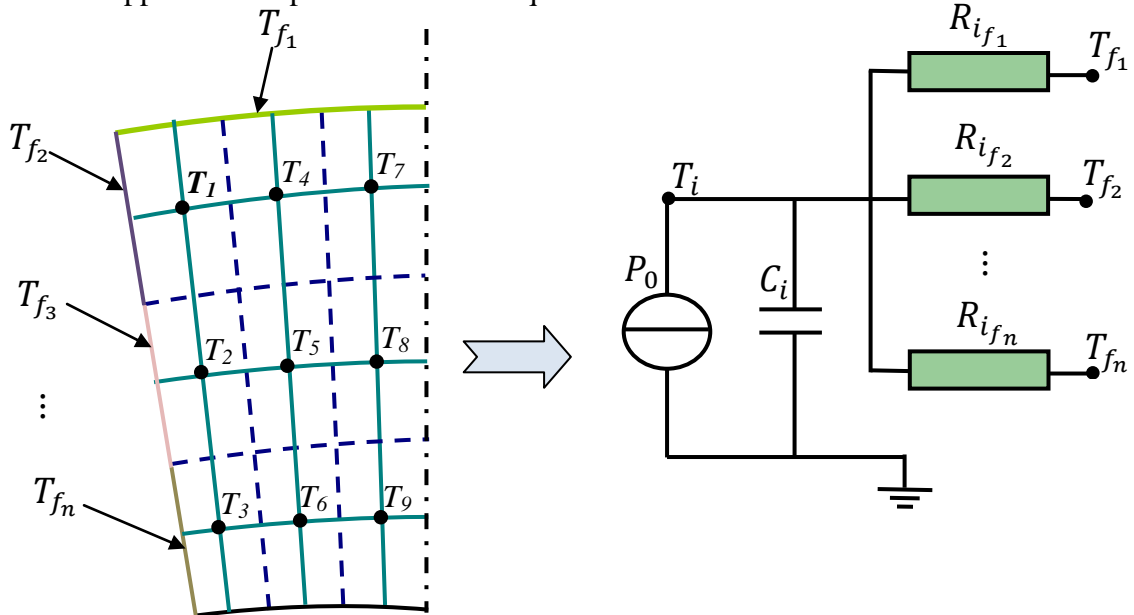


Figure. III.10. Réduction du modèle thermique équivalent de l'encoche en plusieurs résistances thermiques équivalentes

En reprenant les équations (III.19), le système est décomposé en plusieurs parties inconnues T_i et connues T_{f_i} :

$$A \cdot T = A_e \cdot T_i + A_{f_1} \cdot T_{f_1} + A_{f_2} \cdot T_{f_2} + \dots + A_{f_n} \cdot T_{f_n} \quad (\text{III.30})$$

En remplaçant dans le système initial :

$$T_i + A_e^{-1} \cdot C \frac{dT_i}{dt} = A_e^{-1} \cdot P_0 Q - A_e^{-1} \cdot A_{f_1} \cdot T_{f_1} - A_e^{-1} \cdot A_{f_2} \cdot T_{f_2} - \dots - A_e^{-1} \cdot A_{f_n} \cdot T_{f_n} \quad (\text{III.31})$$

Nous retrouvons ici les éléments du schéma équivalent dans le cas du bord de l'encoche isotherme, la différence étant dans le produit $A_e^{-1} \cdot A_{f_i}$. En effet, le résultat du produit ne fournit pas un vecteur d'éléments égaux à -1. On pose alors :

$$I_i = A_e^{-1} \cdot A_{f_i} \quad (\text{III.32})$$

Le système s'écrit à nouveau :

$$T_i + \tau_{RC} \frac{dT_i}{dt} = R \cdot P_0 - I_1 \cdot T_{f_1} - I_2 \cdot T_{f_2} - \dots - I_n \cdot T_{f_n} \quad (\text{III.33})$$

Dans le cas isotherme ($T_{f_1} = T_{f_2} = \dots = T_f$), on retrouve que la somme des vecteurs $I_1 + \dots + I_n$ est égale à I , dont les éléments sont égaux à -1.

Le but est de trouver une relation entre les résistances du schéma équivalent (figure III.10) et les éléments d'équation (III.33). En réécrivant à nouveau les équations en faisant apparaître les composantes de chaque vecteur :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix} + \tau_{RC} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix} \cdot P_0 - \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \cdot T_{f_1} - \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \cdot T_{f_2} \dots - \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} \cdot T_{f_n} \quad (\text{III.34})$$

Le modèle équivalent présenté sur la figure III.10 permet d'écrire ceci pour un nœud k :

$$P_0 = C_k \frac{dT_k}{dt} + \frac{T_k - T_{f_1}}{R_{kf_1}} + \frac{T_k - T_{f_2}}{R_{kf_2}} + \dots + \frac{T_k - T_{f_n}}{R_{kf_n}} \quad (\text{III.35})$$

En séparant les températures, l'équation devient :

$$P_0 = C_k \frac{dT_k}{dt} - \frac{T_{f_1}}{R_{kf_1}} - \frac{T_{f_2}}{R_{kf_2}} - \dots - \frac{T_{f_n}}{R_{kf_n}} + \left(\frac{1}{R_{kf_1}} + \frac{1}{R_{kf_2}} + \dots + \frac{1}{R_{kf_n}} \right) \cdot T_k \quad (\text{III.36})$$

Soit : $\frac{1}{R_k} = \frac{1}{R_{kf_1}} + \frac{1}{R_{kf_2}} + \dots + \frac{1}{R_{kf_n}}$ qui représente la résistance équivalente du schéma équivalent.

Afin d'identifier les éléments de l'équation, la température T_k est exprimée en fonction des températures du bord :

$$T_k + R_k C_k \frac{dT_k}{dt} = R_k \cdot P_0 + \frac{R_k}{R_{kf1}} \cdot T_{f1} + \frac{R_k}{R_{kf2}} \cdot T_{f2} + \dots + \frac{R_k}{R_{kfn}} \cdot T_{fn} \quad (\text{III.37})$$

La même équation est établie pour tous les nœuds, le système matriciel des équations du schéma équivalent s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix} + D_{RC} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix} \cdot P_0 + \begin{pmatrix} \frac{R_1}{R_{1f1}} \\ \vdots \\ \frac{R_n}{R_{nf1}} \end{pmatrix} \cdot T_{f1} + \begin{pmatrix} \frac{R_1}{R_{1f2}} \\ \vdots \\ \frac{R_n}{R_{nf2}} \end{pmatrix} \cdot T_{f2} \dots + \begin{pmatrix} \frac{R_1}{R_{1fn}} \\ \vdots \\ \frac{R_n}{R_{nfn}} \end{pmatrix} \cdot T_{fn} \quad (\text{III.38})$$

Par analogie aux équations (III.34), les éléments du schéma équivalent correspondant à un nœud i sont alors déterminés de la manière suivante :

$$\begin{cases} R_{if1} = \frac{R_i}{x_i} \\ R_{if2} = \frac{R_i}{y_i} \\ \vdots \\ R_{ifn} = \frac{R_i}{z_i} \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

Les valeurs de x_i , y_i ,... z_i et R_i sont déduites du modèle établi par la méthode FIT, permettant ensuite de calculer les résistances thermiques équivalentes de l'encoche. La capacité thermique équivalente est déduite de la même manière que dans le cas du bord isotherme.

Il faut ajouter aussi que les éléments de R ne sont que la mise en parallèle des résistances R_{if1} , R_{if2} ,... et R_{ifn} .

Afin d'établir un modèle thermique complet d'une géométrie représentative d'une encoche avec le fer statorique, les éléments thermiques du fer doivent être aussi déterminés. Cette étape permettra de tester les deux modèles thermiques de l'encoche présentés ci-dessus.

III.4 Modèle thermique équivalent du fer statorique

Afin d'associer la partie fer au modèle thermique équivalent de l'encoche, le modèle thermique équivalent du fer est déterminé dans cette partie. La détermination du modèle de fer est aussi basée sur les hypothèses d'isotherme et d'isotherme par morceau sur le bord de l'encoche. Comme pour le modèle de l'encoche, les pertes fer représentatives de la source de chaleur sont considérées uniformes. En se basant sur la méthode FIT, la géométrie du stator est discrétisée avec la même démarche que précédemment. Pour des raisons de symétrie, seulement la moitié de la géométrie du fer statorique est prise en compte pour l'étude thermique (figure III.11).

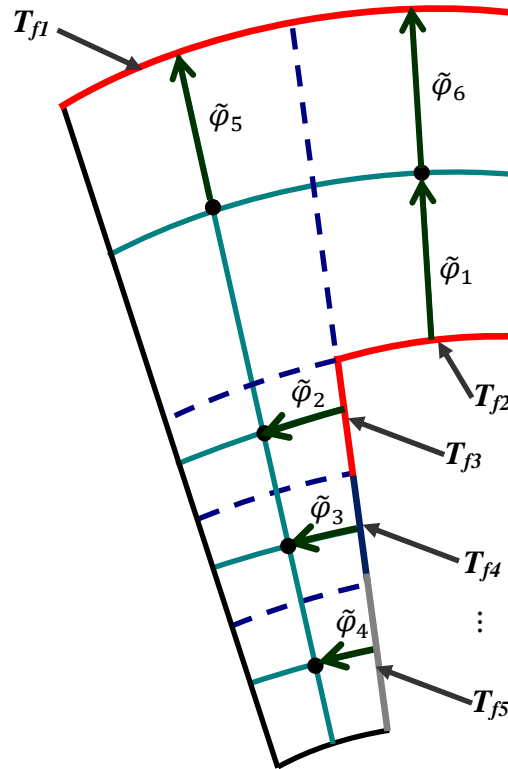


Figure. III.11. Exemple de discrétisation de la partie du fer statorique

Le modèle thermique équivalent du fer statorique est déterminé pour le cas général, où le bord de l'encoche est isotherme par morceau aux différentes températures T_{fi} (figure III.11). Dans le cas réel des machines électriques, le bord extérieur du fer peut être supposé isotherme, ici à la température T_{f1} . Le but est de déterminer une relation entre les températures des bords et les flux thermiques traversant ces bords, en faisant apparaître naturellement les résistances thermiques équivalentes et les sources de chaleurs associées aux pertes fer P_f . En reprenant l'équation (III.16) en régime statique, le système peut être décomposé en deux blocs de températures T_i à l'intérieur du fer et de températures T_b sur le bord de l'encoche et du fer :

$$-\begin{pmatrix} A_i & B \\ B^t & A_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_i \\ T_b \end{pmatrix} + P_f \begin{pmatrix} Q_i \\ Q_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\varphi}_b \end{pmatrix} \quad (\text{III.40})$$

Notons que $\tilde{\varphi}_b$ est le vecteur des flux associés aux nœuds du bord de l'encoche et de fer statorique qui ne sont pas intégrés dans la matrice de divergence. L'équation III.40 permet de déduire les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} -A_i T_i - B T_b + P_f Q_i = 0 \\ -B^t T_i - A_b T_b + P_f Q_b = \tilde{\varphi}_b \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

Afin d'exprimer le vecteur des températures T_i en fonction de vecteur des températures T_b , on utilise la première équation de III.41 :

$$T_i = -A_i^{-1} B T_b + A_i^{-1} Q_i P_f \quad (\text{III.42})$$

En remplaçant l'équation III.42 dans la deuxième équation du système III.41, on obtient l'équation suivante :

$$(B^t A_i^{-1} B - A_b) T_b + (-B^t A_i^{-1} Q_i + Q_b) P_f = \tilde{\varphi}_b \quad (\text{III.43})$$

Le flux thermique total de chaque morceau isotherme du bord peut s'exprimer en fonction des flux associés aux nœuds appartenant à ce morceau par la relation suivante :

$$\varphi_{f_i} = \sum_{j=1}^{N_j} a_j \tilde{\varphi}_{b_j} \quad (\text{III.44})$$

φ_{f_i} est le flux total d'une partie isotherme d'indice i , $\tilde{\varphi}_{b_j}$ est le flux associé à la facette d'un nœud du bord isotherme d'indice j et a_j est un paramètre qui prend comme valeur 1 si le nœud j appartient à la partie isotherme i sinon 0 (figure III.12).

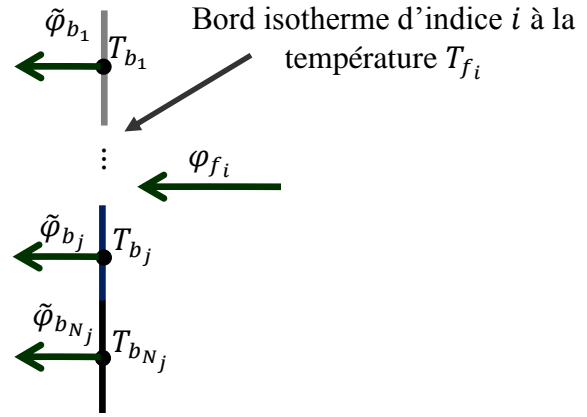


Figure. III.12. Illustration des flux thermiques sur un bord isotherme

En appliquant la relation sur l'ensemble des morceaux isothermes, les flux thermiques des parties isothermes φ_f peuvent être alors exprimés en fonction des flux de chaque nœud du bord $\tilde{\varphi}_b$ à l'aide de la matrice D :

$$\varphi_f = D \tilde{\varphi}_b \quad (\text{III.45})$$

$$\text{tel que } D = \begin{pmatrix} 1 \dots 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 \dots 1 \end{pmatrix}$$

Le vecteur des températures T_b associées aux nœuds du bord peut s'écrire en fonction des températures des parties isothermes T_f à l'aide de la matrice D :

$$T_b = D^t T_f \quad (\text{III.46})$$

En multipliant l'équation III.43 par la matrice D et en remplaçant le vecteur T_b par son expression III.46, l'équation III.43 s'écrit à nouveau :

$$D(B^t A_i^{-1} B - A_b) D^t T_f + D(-B^t A_i^{-1} Q_i + Q_b) P_f = \varphi_f \quad (\text{III.47})$$

Le premier terme devant le vecteur T_f est une matrice carrée et symétrique, qui représente l'inverse des résistances thermiques équivalentes entre les différents bords. Le

deuxième terme de l'équation III.46 représente les sources de chaleur associées à chaque nœud du morceau de bord isotherme. On définit alors les matrices suivantes :

$$\begin{cases} M_R = D(B^t A_i^{-1} B - A_b) D^t \\ \alpha = D(-B^t A_i^{-1} Q_i + Q_b) \end{cases} \quad (\text{III.48})$$

En remplaçant III.48 dans III.47, le système final s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \varphi_{f_1} \\ \vdots \\ \varphi_{f_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{R_{11}} & \cdots & M_{R_{1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{R_{n1}} & \cdots & M_{R_{nn}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{f_1} \\ \vdots \\ T_{f_n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_2 \end{pmatrix} P_f \quad (\text{III.49})$$

Le système III.49 permet d'établir un modèle thermique équivalent du fer statorique en régime statique tel que celui proposé sur la figure III.14. Les résistances thermiques sont connectées entre deux nœuds des morceaux de bord isothermes. La résistance thermique équivalente entre deux nœuds d'indices i et j est nommée $R_{f_{ij}}$, la source de chaleur associée à un nœud d'indice i est P_{f_i} .

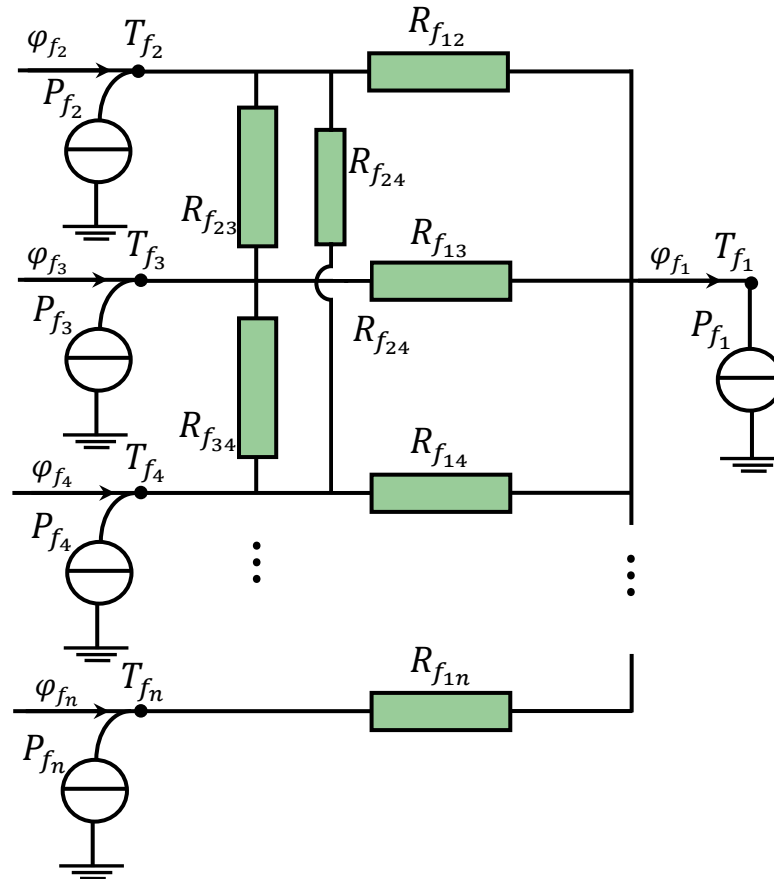


Figure. III.13. Modèle thermique équivalent du fer statorique dans le cas du bord de l'encoche isotherme par morceaux en régime statique

Afin d'identifier les paramètres du schéma équivalent de la figure III.13, l'équation du schéma équivalent en régime statique est écrite pour chaque nœud i :

$$\varphi_{f_i} = \sum_{j \neq i}^n \frac{1}{R_{f_{ij}}} (T_j - T_i) + P_{f_i} \quad (\text{III.50})$$

En appliquant l'équation (III.50) sur l'ensemble des nœuds, les flux de chaleur peuvent être exprimés en fonction des températures de bords sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \varphi_{f_1} \\ \vdots \\ \varphi_{f_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{R_{f_{12}}} + \frac{1}{R_{f_{13}}} + \dots + \frac{1}{R_{f_{1n}}}\right) & \frac{1}{R_{f_{12}}} & & \frac{1}{R_{f_{1n}}} \\ & \ddots & & \vdots \\ & & \frac{1}{R_{f_{n1}}} & \dots \\ & & & -\left(\frac{1}{R_{f_{12}}} + \frac{1}{R_{f_{13}}} + \dots + \frac{1}{R_{f_{1n}}}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{f_1} \\ \vdots \\ T_{f_n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_{f_1} \\ \vdots \\ P_{f_n} \end{pmatrix} \quad (\text{III.51})$$

La détermination des résistances thermiques équivalentes du fer statorique et des sources de chaleurs associées à chaque nœud s'effectue en faisant une simple identification avec le système matriciel III.49 :

$$\begin{cases} P_{f_i} = \alpha_i P_f \\ R_{f_{ij}} = \frac{1}{M_{R_{ij}}} \quad i \neq j \end{cases} \quad (\text{III.52})$$

Cependant, dans le cas réel des machines électriques les flux de chaleur dus aux pertes Joule et aux pertes fer s'évacuent vers l'extérieur et ne s'échangent pas entre les parties supposées isothermes sur le bord de l'encoche. Ceci peut permettre de négliger les résistances thermiques entre les morceaux isothermes du bord de l'encoche conduisant ainsi à un schéma thermique plus simple. Par conséquent, le modèle thermique équivalent du fer ne contient que des résistances thermiques d'indices $R_{f_{1j}}$ qui lient les morceaux isothermes de l'encoche et le bord extérieur du fer statorique.

Le cas particulier pour lequel le bord de l'encoche est supposé entièrement isotherme à la température T_{f_0} peut être déduit facilement du modèle précédent en mettant toutes les températures identiques et égales à T_{f_0} ($T_{f_2} = T_{f_3} = \dots T_{f_0}$). Dans ce cas, le schéma est réduit à une seule résistance thermique R_f qui n'est que la mise en parallèle des résistances thermiques du cas isotherme par morceau. La source de chaleur associée au nœud du bord de l'encoche est la somme des sources de chaleur attribuées à chaque morceau isotherme du bord de l'encoche ($P_{f_0} = P_{f_2} + \dots + P_{f_n}$). Le modèle thermique équivalent dans le cas du bord isotherme peut alors être représenté par le schéma thermique équivalent de la figure III.14 de gauche. Il est ensuite possible de montrer que ce schéma est équivalent à celui présenté sur la figure III.14 de droite (cf. annexe C) :

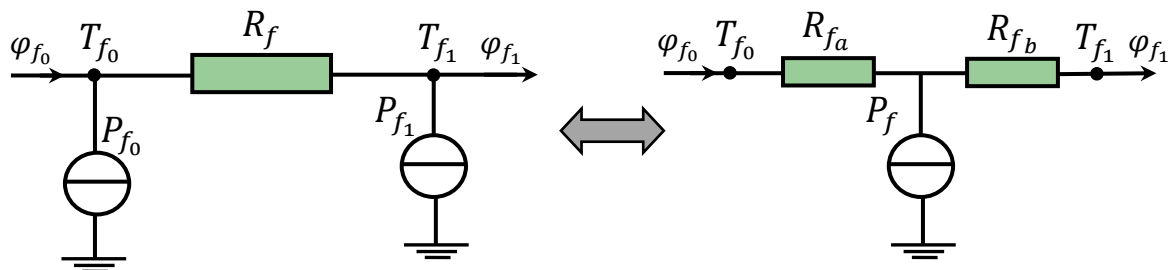


Figure. III.14. Modèles thermiques équivalents du fer statorique dans le cas du bord de l'encoche isotherme

L'intérêt du schéma de droite est de faire apparaître les pertes fer totales P_f dans le modèle. La détermination des résistances thermiques R_{fa} et R_{fb} s'effectue par identification des deux schémas thermiques (voir annexe C).

III.5 Association des modèles encoche /fer

Il suffit ensuite d'associer les deux modèles de l'encoche et du fer statorique. Ainsi dans le cas isotherme, le modèle global devient :

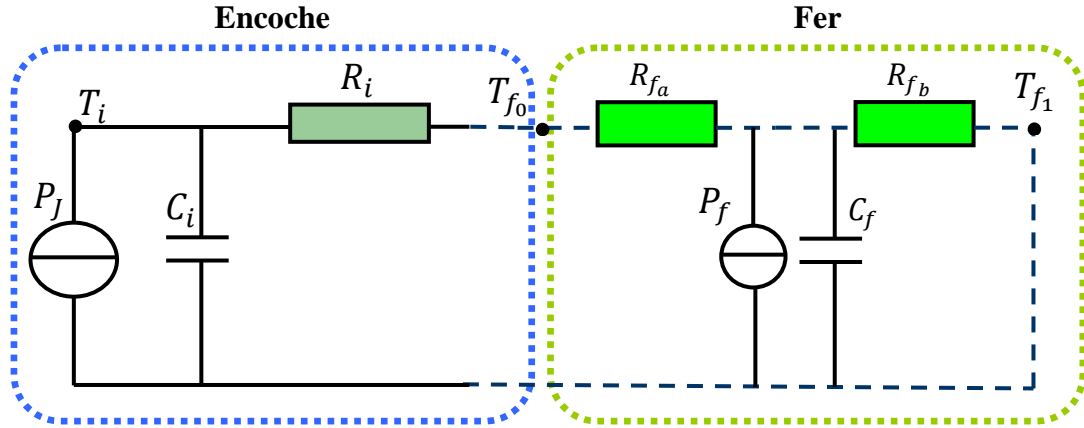


Figure. III.15. Modèle thermique équivalent de l'encoche associée au fer statorique dans le cas « bord isotherme »

Remarque : le régime transitoire n'est pas pris en compte par la méthode pour la détermination des capacités thermiques associées à chaque nœud. L'écriture de l'équation III.47 en régime transitoire ne fait pas apparaître naturellement les capacités thermiques, mais un terme supplémentaire présentant le couplage des températures vient s'ajouter. Dans ce cas, il est difficile d'identifier les capacités thermiques et les représenter dans le modèle de la figure III.13. Pour notre étude, les capacités thermiques associées aux nœuds sont déterminées en faisant une moyenne de la capacité thermique totale du fer C_f sur le nombre de morceau isothermes n considérées dans la géométrie. La capacité thermique C_{fi} associée à un nœud i est alors déterminée par l'expression suivante :

$$C_{fi} = \frac{C_f}{n} \quad (\text{III.53})$$

La détermination plus rigoureuse des ces capacités fait partie des perspectives évoquées en conclusion de ce mémoire.

Dans le cas où le bord de l'encoche n'est pas tout à fait isotherme, le modèle thermique équivalent de l'encoche associé au fer statorique est alors le suivant :

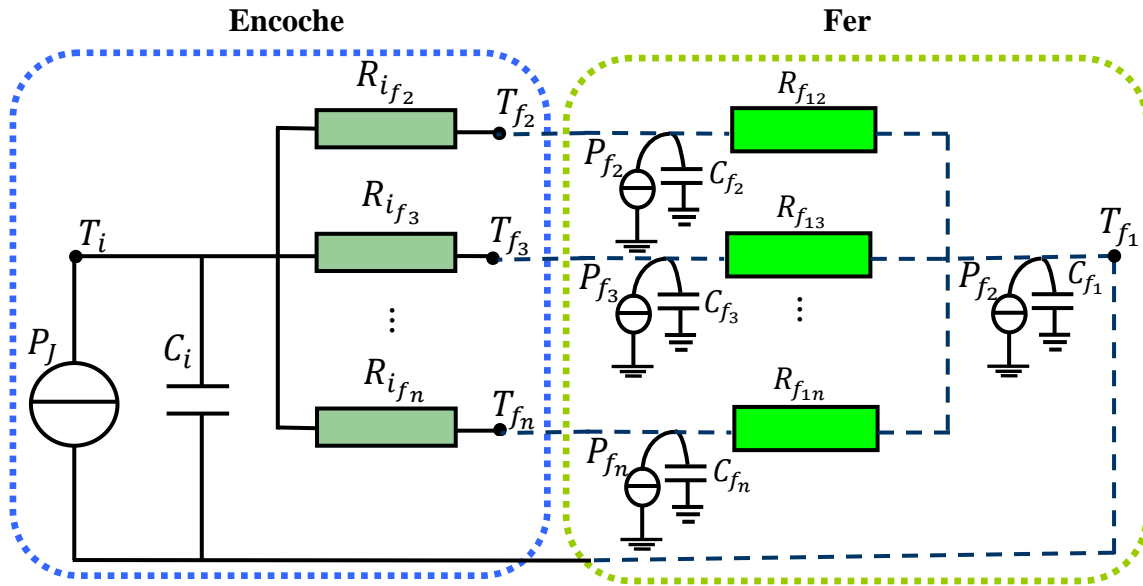


Figure. III.16. Modèle thermique équivalent de l'encoche associé au fer statorique dans le cas de bord isotherme par morceau

Le modèle thermique équivalent considérant le bord de l'encoche isotherme par morceau est plus complexe que dans le cas du bord de l'encoche isotherme. Il est justifié par le fait que la température sur la frontière de l'encoche et le fer statorique peut varier beaucoup pour certaines configurations. Le choix de la division du bord de l'encoche en parties isothermes dépend fortement de la forme géométrique de l'encoche, qui peut causer de fortes variations de la température sur le bord de l'encoche. Dans la partie suivante, les deux modèles développés sont comparés aux calculs éléments finis en considérant deux formes géométriques d'encoche. Dans un premier temps, une géométrie simple, déjà présentée pour obtenir des modèles thermiques équivalents, est prise en compte dans l'étude. Afin d'étudier l'efficacité des modèles sur des géométries plus complexes, une encoche statorique d'une machine à commutation de flux est utilisée dans un second temps.

III.6 Comparaison des modèles thermiques aux calculs éléments finis

Dans cette partie, les modèles thermiques sont dans un premier temps comparés aux calculs éléments finis dans le cas où l'on considère uniquement les pertes Joule. Dans une seconde étape, les pertes fer sont prises en compte dans le modèle afin d'évaluer ses limites. La valeur du point chaud étant une grandeur essentielle dans le calcul thermique des machines électriques, nous avons retenu un modèle équivalent en particulier pour ce point.

III.6.1 Encoche statorique de géométrie simple

III.6.1.1 Encoche sans fer statorique

Afin de réaliser une comparaison avec les éléments finis, une température $T=0$ K est imposée sur tout le bord de l'encoche. Le modèle thermique équivalent de l'encoche a été établi pour une discrétisation considérant 9 nœuds (voir la figure III.6), dans le cas isotherme. Ici, le cas du modèle isotherme par morceau n'est donc pas nécessaire pour faire le calcul thermique.

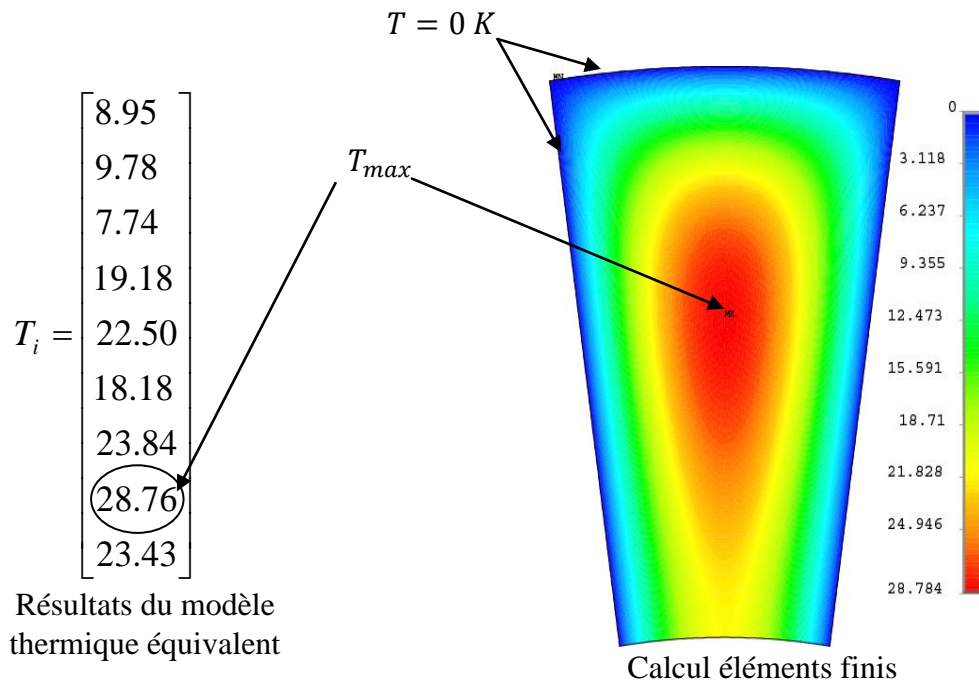


Figure. III.17. Comparaison aux éléments finis dans le cas d'une encoche sans fer statorique

Les résultats de simulations EF montrent que le point chaud est situé proche du point chaud obtenu par le modèle thermique équivalent (nœud 8). Les paramètres thermiques du modèle correspondant à la valeur de l'échauffement maximal sont :

$$R_8 = 0.152 \text{ K/W et } C_8 = 104 \text{ J/m}^3/\text{K}.$$

L'erreur relative entre les deux modèles sur l'échauffement maximal est d'environ 0,2%. Ceci montre que le modèle déduit d'une simple discrétisation est suffisant pour fournir une bonne précision sur la valeur du point chaud. Afin de valider le modèle en régime transitoire, l'évolution temporelle est simulée dans deux cas :

- La capacité thermique équivalente correspondant au point chaud est déduite du modèle basé sur la FIT ($C_8 = 104 \text{ J/m}^3/\text{K}$).
- La capacité thermique équivalente totale obtenue par une moyenne pondérée sur le bobinage ($C_8 = 134 \text{ J/m}^3/\text{K}$).

Les résultats montrent que l'évolution temporelle de l'échauffement maximal avec la valeur de la capacité équivalente obtenue par le modèle équivalent est la plus proche de celle obtenue par EF (figure III.18). Cela montre que la capacité thermique calculée par la moyenne pondérée sur la surface de l'encoche n'est pas adaptée. De plus, l'étude précédente a montré que le système est régi principalement par une seule constante de temps pour tous les nœuds. Cependant, les résistances thermiques équivalentes sont différentes d'un nœud à un autre. Par conséquent, les capacités thermiques équivalentes sont différentes aussi pour chaque nœud.

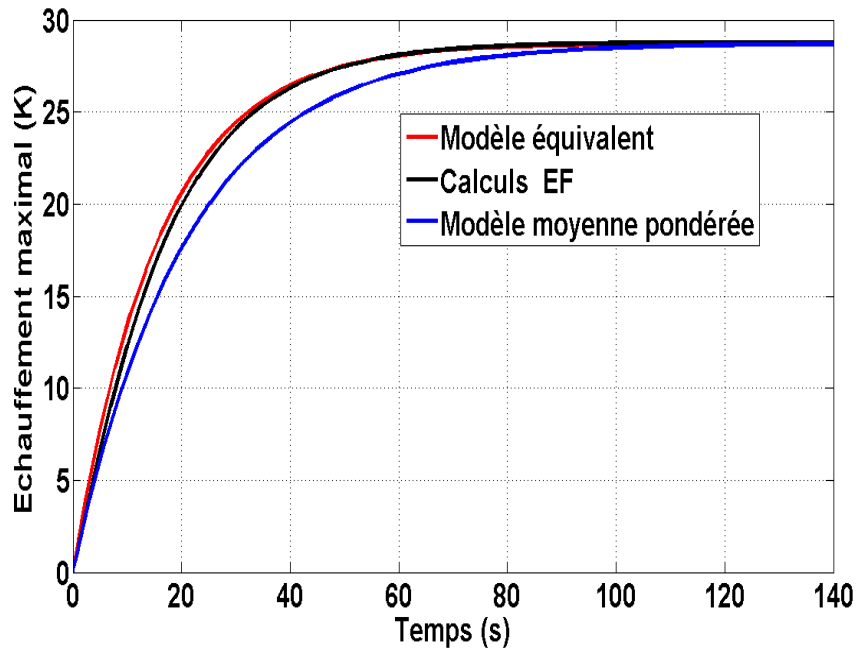


Figure. III.18. Evolution temporelle de l'échauffement maximal

III.6.1.2 Encoche avec fer statorique

Dans cette partie, le fer statorique est pris en compte dans le calcul thermique. Cependant, les pertes fer ne sont pas considérées dans un premier temps. Les deux modèles thermiques sont testés en associant le fer statorique. Dans le cas du modèle thermique isotherme par morceau, deux nœuds thermiques sont considérés pour le bord : les bords horizontal et vertical de l'encoche sont supposés isothermes respectivement aux températures T_{f_1} et T_{f_2} . Dans ce cas, deux résistances du fer statorique sont rajoutées au modèle de l'encoche. Le modèle thermique équivalent se ramène au schéma suivant :

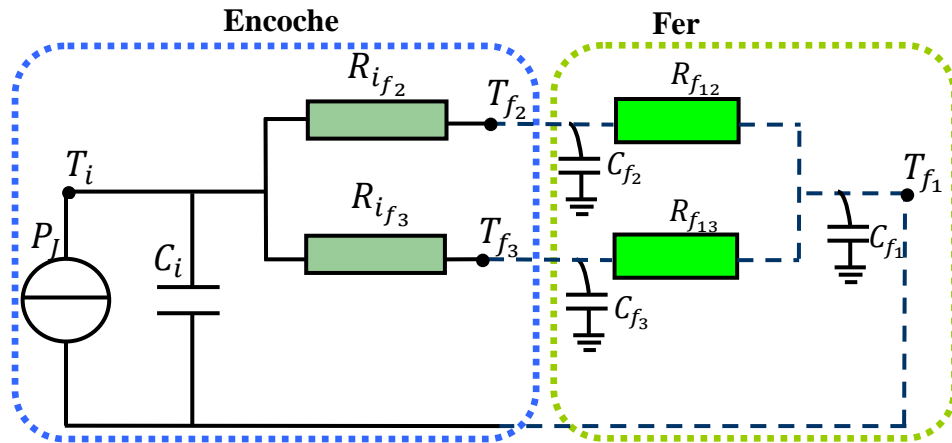


Figure. III.19. Modèle thermique équivalent en considérant deux bords de l'encoche isothermes, en absence des pertes fer

Les valeurs des résistances du fer sont déduites des équations III.49 :

$$\begin{cases} R_{f_{12}} = 0.0381 \text{ K/W} \\ R_{f_{13}} = 0.0356 \text{ K/W} \end{cases}$$

Les valeurs des capacités du fer sont :

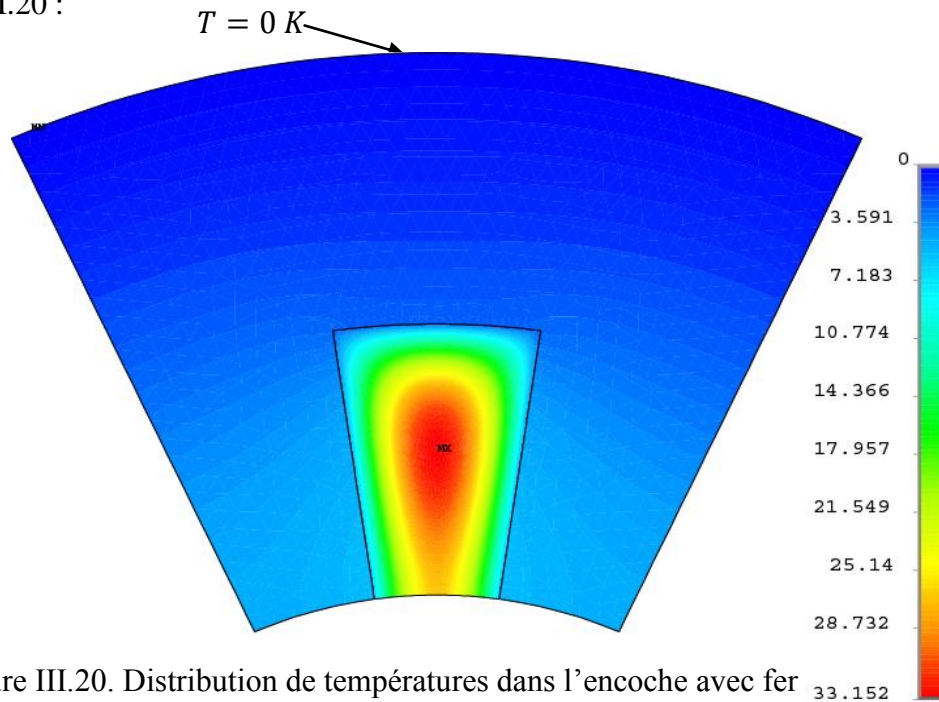
$$C_{f_1} = C_{f_2} = C_{f_3} = 434 \text{ J/m}^3/\text{K}$$

Les résistances thermiques du modèle équivalent associé au point chaud de l'encoche ont pour valeurs :

$$R_{8f_2} = 1.0428 \text{ K/W} \text{ et } R_{8f_3} = 0.170 \text{ K/W}$$

Dans le cas du modèle thermique avec bord d'encoche isotherme, la résistance thermique du fer n'est que la mise en parallèle de ces deux résistances. La capacité thermique équivalente est la somme des deux capacités thermiques attribuées à chaque nœud.

Le résultat de simulation par éléments finis en régime permanent est présenté sur la figure III.20 :



Le calcul par éléments finis montre qu'en présence du fer, le point chaud est situé dans l'encoche et pratiquement au même endroit que pour l'encoche sans fer statorique. L'ajout du fer statorique à l'encoche a conduit à l'augmentation de l'échauffement maximal de 13%. Cela signifie que la présence du fer influence peu la valeur du point chaud en comparaison de l'encoche seule sans fer statorique. En effet, le fer est un bon conducteur de la chaleur ce qui se traduit par une faible résistance thermique. Par conséquent, les forts gradients de température sont situés dans l'encoche. Les deux modèles thermiques équivalents isotherme et isotherme par morceau sont comparés aux calculs éléments finis. La figure suivante présente alors l'évolution temporelle de la température du point chaud :

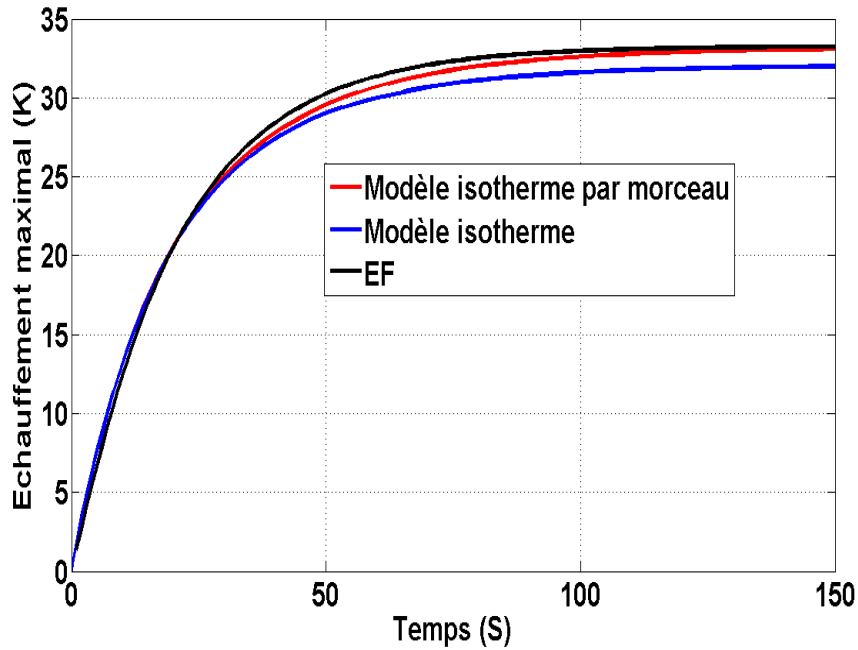


Figure. III.21. Evolution temporelle de l'échauffement du point chaud dans le cas d'une encoche avec fer statorique

Les résultats obtenus montrent que le modèle isotherme par morceau est plus précis dans la détermination du point chaud. L'écart entre les échauffements calculés par les éléments finis et le modèle isotherme est de 3,73%, et il est réduit à 0,53% avec le modèle isotherme par morceau. En effet, l'hypothèse isotherme sur tout le bord de l'encoche peut s'avérer forte en rajoutant le modèle du fer statorique. Ces résultats montrent que deux nœuds sur le bord de l'encoche ont suffi pour améliorer la précision du modèle. Néanmoins, le modèle isotherme est simple en termes de schéma équivalent, car il ne contient qu'une seule résistance et une capacité thermique dans l'encoche. Le modèle isotherme par morceau est plus complexe mais fournit de meilleurs résultats pour la détermination de la valeur du point chaud. Le choix d'un modèle dépend donc de l'objectif que l'on se fixe entre la simplicité du schéma et la précision.

Le modèle thermique développé dans cette partie a été testé sur une géométrie relativement simple pour lequel un maillage régulier est adapté. Dans le cas d'une géométrie plus complexe, un maillage non régulier peut être nécessaire. La méthode présentée pour l'obtention de modèles thermiques équivalents reste valable pour des maillages non réguliers. La différence réside dans la matrice de comportement qui n'est plus diagonale pour ce type de maillages. La partie suivante a pour objectif d'étudier une géométrie plus complexe nécessitant un maillage non régulier. A nouveau, les deux modèles thermiques isotherme et isotherme par morceau sont considérés pour l'étude thermique.

III.6.2 Encoche statorique de géométrie complexe sans pertes fer

Afin d'attester la méthode utilisée pour obtenir des modèles thermiques équivalents de structures statoriques, une encoche d'une machine à commutation de flux (MCF) a été retenue. Cette encoche présente une géométrie relativement complexe en comparaison de l'encoche étudiée précédemment. La dent statorique donne une forme assez particulière à l'encoche, ce qui amène à utiliser des maillages non orthogonaux. Néanmoins la méthode proposée auparavant reste applicable pour des maillages non réguliers. Pour des raisons de symétrie, le modèle peut à nouveau s'appliquer à une demi-encoche.

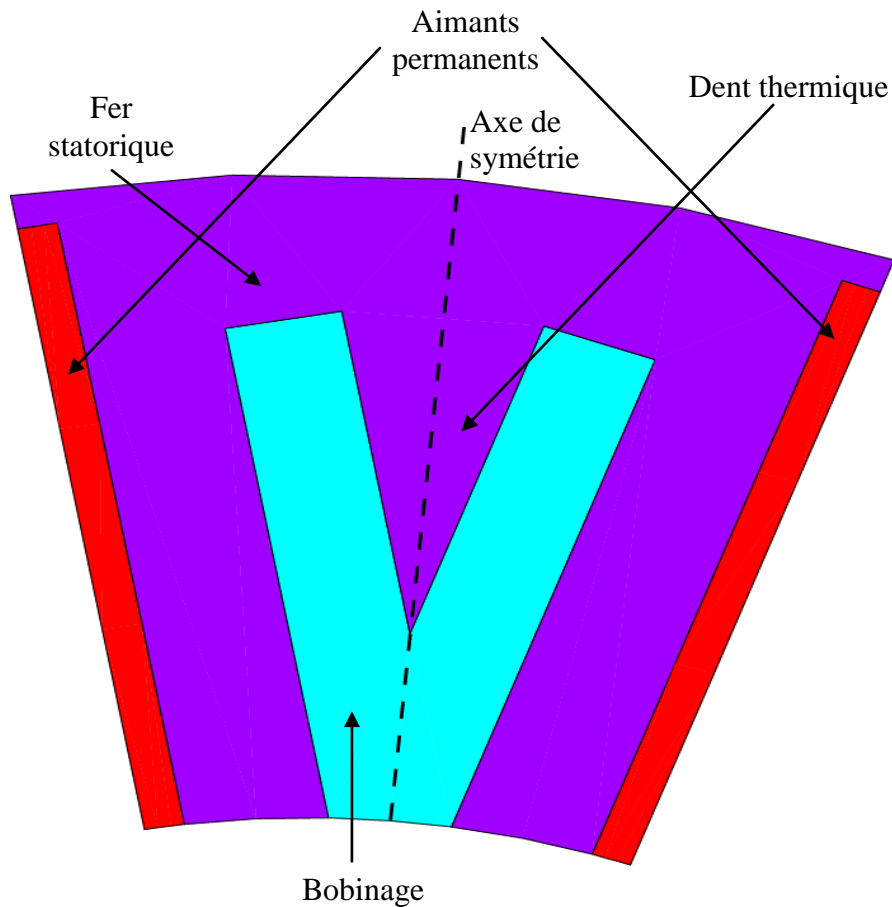


Figure. III.22. Encoche statorique d'une machine à commutation de flux

Comme dans la partie précédente, le but est de déterminer dans un premier temps le modèle thermique équivalent de l'encoche sans fer statorique. Le modèle du fer incluant les aimants permanents est ensuite associé à celui de l'encoche.

Pour ce type de géométrie, un maillage d'éléments triangulaires est utilisé pour la discrétisation de la géométrie. La construction du maillage dual est basée sur la méthode barycentrique. Cette méthode consiste à placer les nœuds duaux aux centres de gravité des éléments primaux, tandis que les arêtes duales se décomposent en deux parties. En considérant deux éléments ayant une facette commune, l'arête duale est obtenue en reliant les centres de gravités de deux éléments traversant le centre de la facette primale [III.12]. Par conséquent, les arêtes et les facettes duales sont fractionnées. La figure III.23 propose un exemple de maillage dual de type barycentrique à partir d'un maillage primal de type triangulaire.

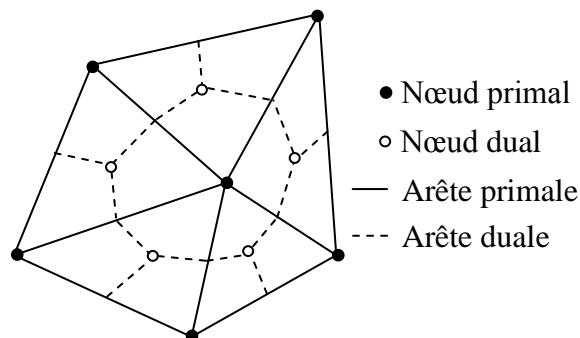


Figure. III.23. Maillages primal et dual de type barycentrique

Pour ce type de discrétisation, le système d'équations peut se mettre sous la forme (III.23) et (III.38) pour établir les deux modèles thermiques. Dans ce cas, la matrice constitutive M_λ n'est plus diagonale et est construite à partir des éléments arêtes [III.12].

III.6.2.1 Encoche sans fer statorique

Comme dans le cas précédent, le but est de déterminer les résistances thermiques entre les nœuds de températures inconnues qui sont dans l'encoche et les nœuds de températures connues sur le bord de l'encoche. Les capacités thermiques équivalentes associées à chaque nœud sont déduites des valeurs propres de la matrice couplée τ_{RC} . La moitié de l'encoche est prise en compte pour déterminer les modèles thermiques équivalents. Trois bords de l'encoche sont supposés isothermes afin d'obtenir le modèle thermique isotherme par morceau. La figure suivante montre les modèles thermiques équivalents de l'encoche sans fer statorique :

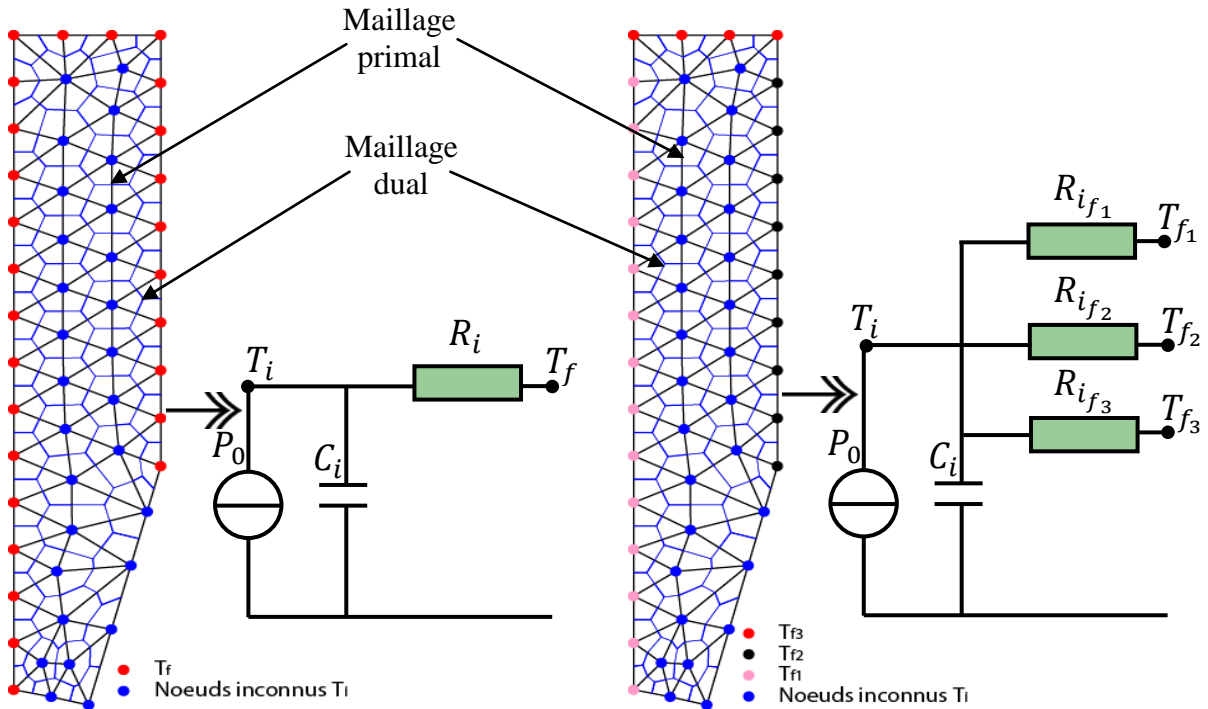


Figure. III.24. Modèles thermiques équivalents d'une encoche pour MCF

Il faut noter que le point chaud peut se déplacer en fonction des conditions aux limites. Pour notre étude, nous supposons que le point chaud ne se déplace pas. Par conséquent, les résistances thermiques dans le cas de bord d'encoche isotherme par morceau sont déterminées pour la position du point chaud obtenue dans le cas du bord isotherme.

Afin de tester le modèle thermique équivalent pour bord isotherme de l'encoche, les résultats obtenus sont comparés à ceux des éléments finis dans les deux cas de calcul de la capacité thermique équivalente, comme dans le cas de l'encoche simple étudiée précédemment.

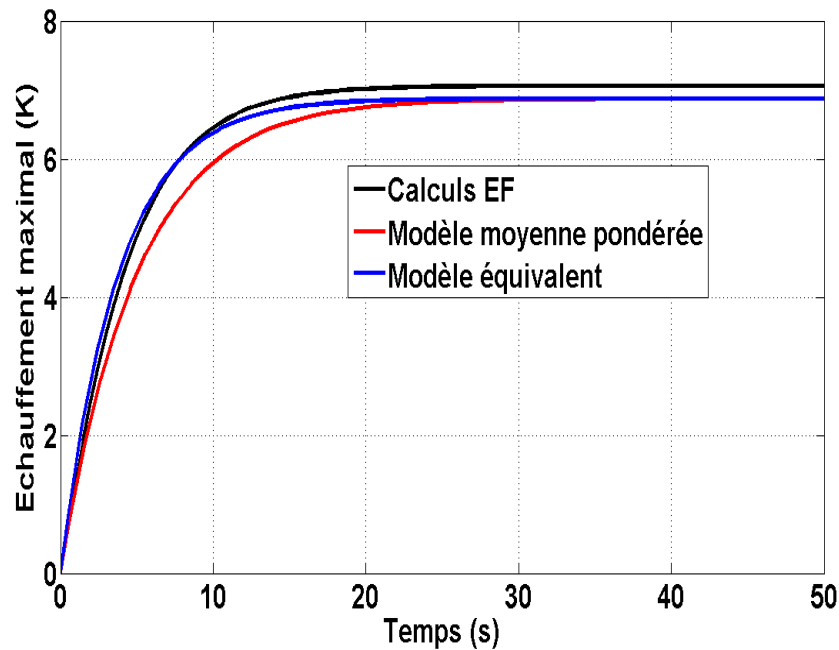


Figure. III.25. Evolution temporelle de l'échauffement maximal dans l'encoche sans fer statorique

Les résultats de simulation montrent que l'évolution temporelle de l'échauffement maximal avec la valeur de la capacité équivalente obtenue par le modèle équivalent est à nouveau plus proche de celle obtenue par EF. Cela montre que le modèle thermique équivalent fournit une bonne précision en régime transitoire pour des géométries complexes.

III.6.2.2 Encoche avec fer statorique

Afin d'obtenir un modèle thermique complet de l'encoche statorique, le modèle du fer statorique est associé à celui de l'encoche. La même démarche que dans le cas de l'encoche de forme simple est suivie pour calculer les différents paramètres thermiques du modèle du fer statorique. Dans le cas du modèle isotherme par morceau, trois résistances du fer sont considérées pour le modèle global de l'encoche avec fer statorique. Le schéma équivalent se ramène à celui de la figure III.16 présentant trois nœuds sur le bord de l'encoche.

Remarque : les résistances thermiques calculées pour le fer statorique incluent ici les résistances thermiques des aimants permanents.

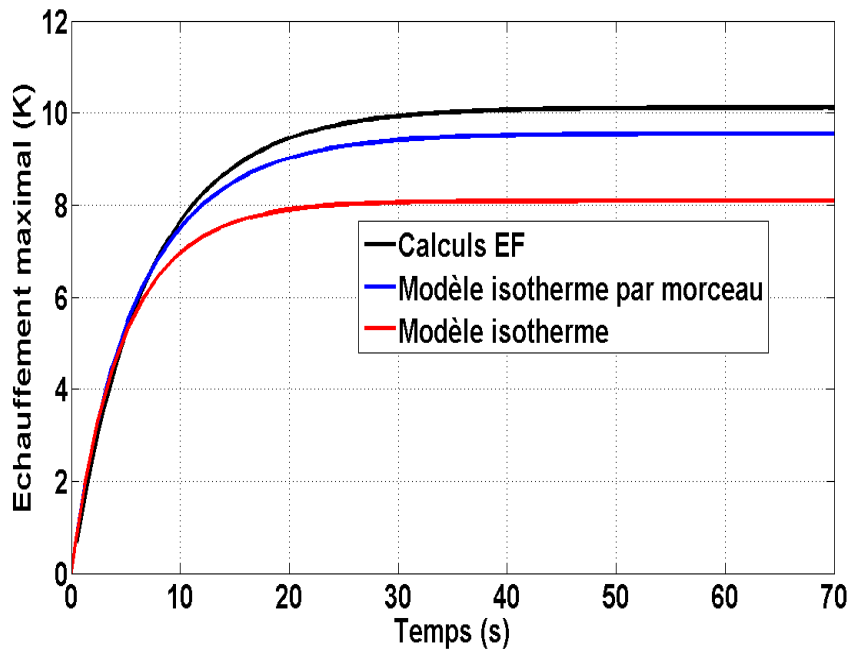


Figure. III.26. Evolution temporelle de l'échauffement maximal dans l'encoche avec fer statorique

Les résultats obtenus montrent que le modèle isotherme par morceau est à nouveau plus proche des calculs éléments finis pour l'obtention de l'échauffement maximal. En effet, l'écart relatif entre les résultats du calcul éléments finis et du modèle isotherme par morceau est d'environ 5%. Dans le cas du modèle isotherme, l'écart est plus important et s'approche des 20%. L'hypothèse d'isothermie sur tout le bord de l'encoche ne permet pas ici d'obtenir un modèle thermique équivalent précis. L'erreur provient d'une part de la discrétisation liée au maillage (ce qui peut être limité en augmentant la densité du maillage) mais surtout de l'hypothèse d'isotherme sur le bord de l'encoche. Afin d'améliorer cette précision, il est donc indispensable d'étendre le modèle au-delà de cette hypothèse en supposant plusieurs morceaux du bord de l'encoche isothermes. Ici, trois bords de l'encoche sont supposés isothermes mais il est possible d'augmenter le nombre de bords isothermes afin d'obtenir un modèle plus précis. L'inconvénient principal du modèle isotherme par morceau réside dans la complexité du schéma final.

III.6.2.3 Influence de la densité de maillage sur les paramètres thermiques

Les valeurs des paramètres thermiques du modèle peuvent être influencées par le nombre de nœuds utilisés pour la discrétisation de la géométrie. Ainsi, dans cette partie, nous étudions l'influence du nombre de nœuds sur les valeurs des résistances et capacités thermiques. Le but est de conclure sur la nécessité d'avoir une densité de maillage importante dans la géométrie pour avoir une meilleure précision avec le modèle thermique. L'étude se concentre sur l'influence du nombre de nœuds sur les paramètres thermiques associés au point chaud dans le cas du modèle isotherme. Elle est effectuée sur l'encoche d'une machine à commutation de flux. La résistance thermique moyenne permettant de calculer la température moyenne de l'encoche est obtenue en moyennant les résistances thermiques calculées par la méthode proposée. Les résultats de calculs sont présentés sur les figures suivantes :

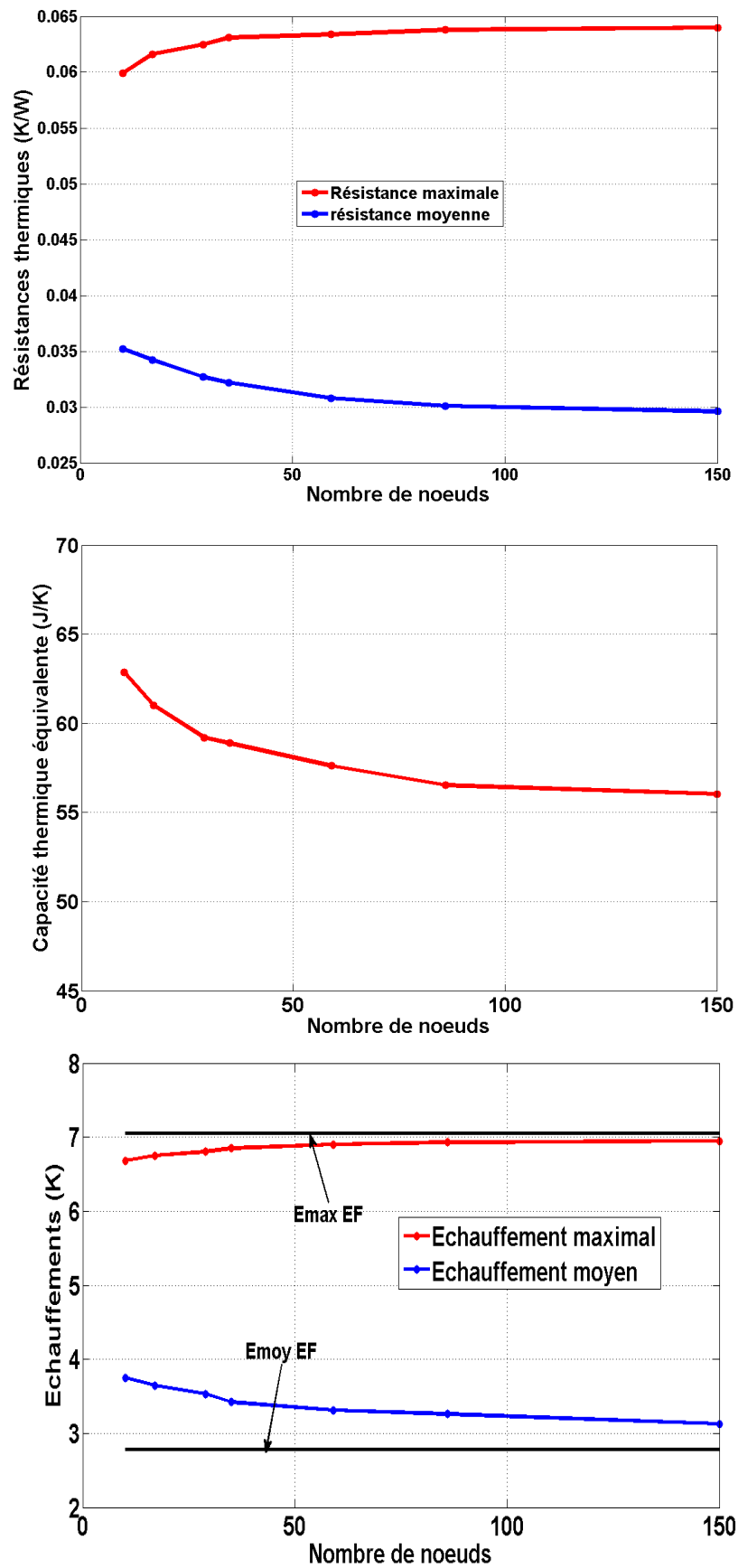


Figure. III.27. Influence du nombre de nœuds sur les éléments équivalents du modèle thermique dans le cas d'une géométrie complexe

Les résultats montrent que la discrétisation de la géométrie influence les valeurs des éléments thermiques du modèle isotherme. Notons que les échauffements maximaux et moyens calculés par EF sont obtenus avec un maillage raffiné d'environ 4000 nœuds. Les résistances maximales sont moins influencées par la discrétisation de la géométrie. En effet, l'écart maximal obtenu pour la résistance thermique maximale est de 4% pour le cas de la géométrie étudiée. Par conséquent, le modèle fournit une bonne précision sur la valeur du point chaud sans avoir recours au raffinement de la géométrie. Concernant la résistance moyenne, l'écart obtenu en raffinant la géométrie est de 25%. Ceci montre que le modèle devient plus précis pour le calcul de la température moyenne en utilisant un maillage fin. En effet, le tracé des échauffements sur les figures III.27 montre que les échauffements maximaux obtenus par le modèle sont proches du calcul EF pour une discrétisation faible de la géométrie. Le modèle donne des résultats sur les échauffements maximaux avec une précision de 4% pour un nombre de nœuds inférieur à 20. Dans le cas des températures moyennes, le modèle fournit des écarts sur les résultats d'environ 25% pour un nombre de nœuds inférieur à 20.

Les résultats de calculs montrent que la valeur de la capacité thermique équivalente diminue avec l'augmentation du nombre de nœuds de la discrétisation pour la géométrie étudiée. L'écart sur la capacité thermique équivalente de l'encoche de la machine à commutation de flux est de 10%. Les résultats obtenus dans les parties précédentes ont montré que le régime transitoire de la température maximale obtenu avec un faible nombre de nœuds est proche du résultat obtenu par les EF.

Globalement, les valeurs des éléments thermiques restent quasiment constantes lorsque le nombre de nœuds devient important (supérieur à 100 nœuds). La résistance maximale obtenue par le modèle est moins sensible au raffinement du maillage. Cela montre que la détermination du modèle thermique équivalent correspondant au point chaud ne nécessite pas une discrétisation très raffinée. Si l'on recherche un modèle thermique permettant de calculer l'échauffement moyen du bobinage, il est préférable d'augmenter le nombre de nœuds de discrétisation. Concernant la capacité thermique, il n'est pas nécessaire de raffiner le maillage pour obtenir une évolution temporelle de l'échauffement maximal réaliste.

III.6.3 Intégration des pertes fer dans le modèle thermique de la MCF

Dans cette partie les pertes fer sont calculées pour la machine à commutation de flux (figure III.28) afin de les intégrer dans le modèle thermique. Le logiciel d'éléments finis Ansys est utilisé pour déterminer l'induction magnétique dans chaque élément du maillage du fer permettant ensuite d'évaluer les pertes fer de cette machine. Pour ce faire, le pas de rotation de la machine est fixé à 2° pour effectuer un tour de 360° tout en conservant les mêmes éléments du maillage. Pour chaque pas, l'induction magnétique est calculée dans chaque élément de maillage en imposant une alimentation sinusoïdale triphasée :

$$\begin{cases} J_{s1} = J_s K_b \sin(N_r \cdot \theta) \\ J_{s2} = J_s K_b \sin\left(N_r \cdot \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ J_{s3} = J_s K_b \sin\left(N_r \cdot \theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (\text{III.54})$$

avec :

$N_r = 10$ le nombre de dents rotoriques

$K_b = 0,6$ le coefficient du bobinage

$J_s = 15\sqrt{2} \text{ A/mm}^2$ l'amplitude de la densité de courant

$\theta = 0:2:360^\circ$ l'angle de rotation de la machine

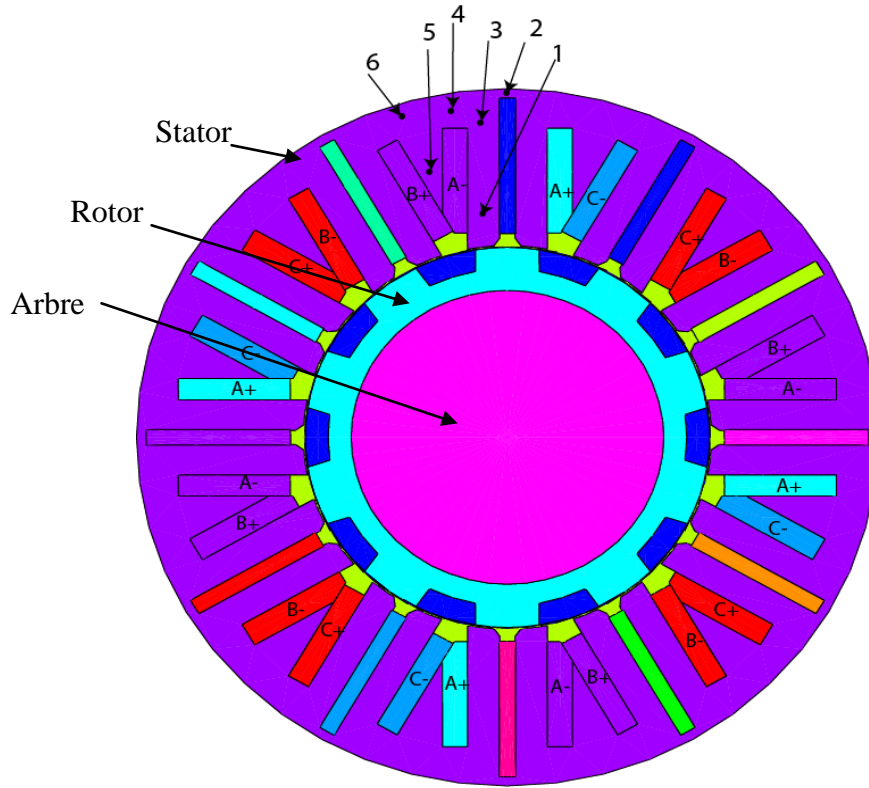


Figure. III.28. Géométrie de la machine MCF et phases de l'alimentation de la machine

La figure III.29 montre les formes des composantes (B_x et B_y) d'inductions magnétiques obtenues dans différentes parties de la machine (voir les points indiqués sur la figure III.28). Les résultats montrent que la forme de l'induction varie suivant les régions du fer statorique et qu'elle est souvent riche en harmoniques. L'induction représentée au point 2 est loin d'être alternative, la surface du passage du flux est très étroite ce qui conduit à une saturation rapide. Les résultats obtenus sur les allures d'induction dans la machine montre que les formulations analytiques de type Steinmetz ne peuvent être appliquées ici pour évaluer les pertes fer de cette machine. On préfère alors utiliser la formulation générale (I.29) des pertes fer qu'on rappelle ici [III.24] :

$$P_{fer} (W/m^3) = (a\Delta B_{pp} + b\Delta B_{pp}^2) \cdot f + \frac{1}{T} \int_0^T \alpha_p \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt \quad (III.55)$$

Les tôles utilisées pour cette machine sont de type fer cobalt ce qui conduit aux valeurs suivantes des coefficients des pertes fer [III.24] :

$$a = 88 \text{ A/m}, b = 32 \text{ A/m} \text{ et } \alpha_p = 0.0015$$

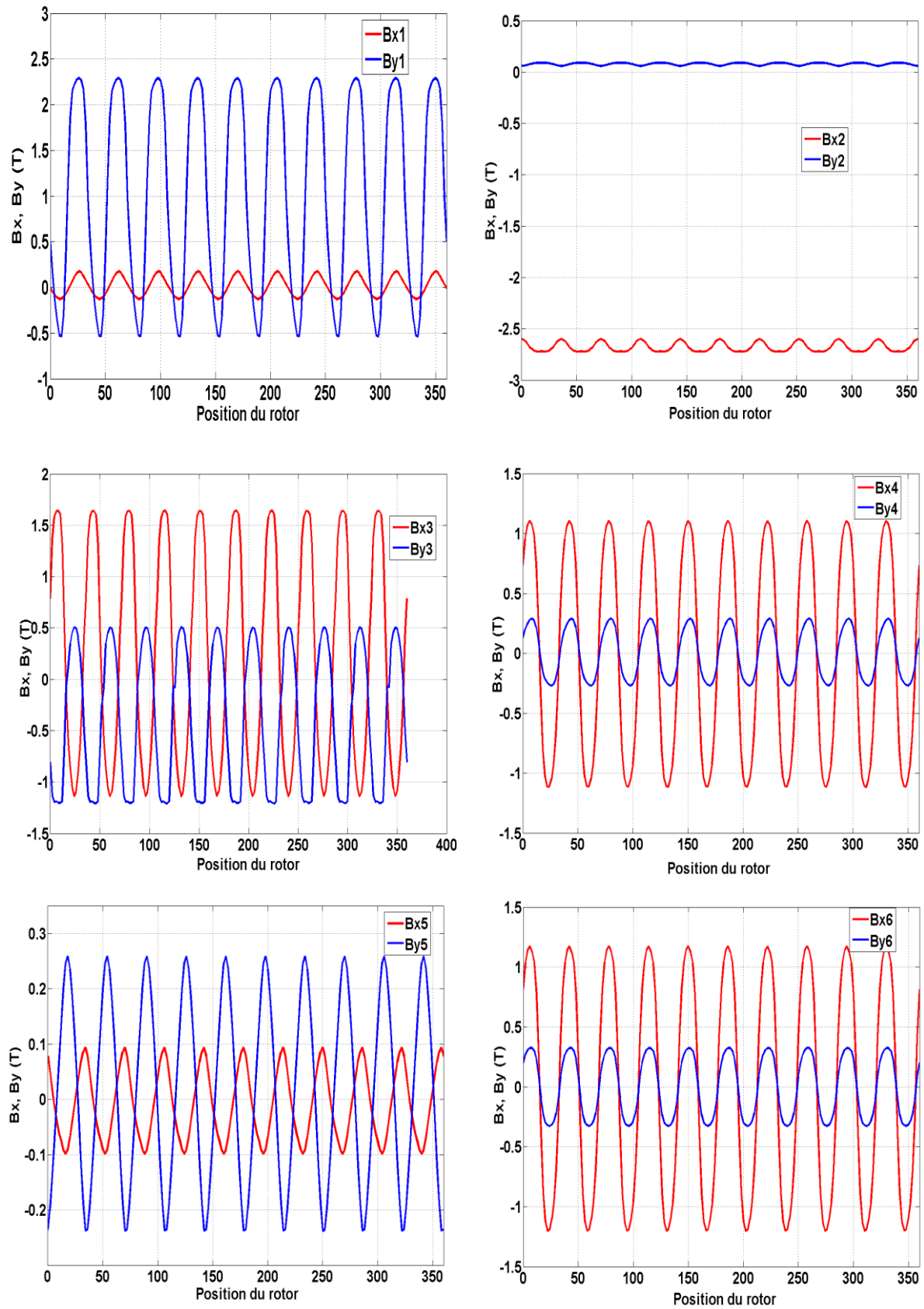


Figure. III.29. Allures temporelles de l'induction magnétique dans différentes régions du stator de la MCF

Le tableau III.1 présente les pertes fer obtenues pour différentes vitesse de rotation Ω de la machine :

$\Omega(\text{tr/mn})$	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000
$P_{\text{fer}_{\text{stator}}}(\text{W})$	10,55	24,18	40,88	60,66	83,51	109,43	138,43
$P_{\text{fer}_{\text{rotor}}}(\text{W})$	3,57	7,84	12,82	18,49	24,87	31,95	39,73

Tableau. III.1. Pertes fer de la MCF à différentes vitesses

Les modèles thermiques équivalents présentés jusqu'ici ont été validés en absence des pertes fer dans le cas de deux formes géométriques de l'encoche. Les pertes fer peuvent conduire à des sources de chaleur importantes pour certains points de fonctionnement de la machine (grandes vitesses de rotation). L'étude du modèle thermique de la MCF en présence des pertes fer fait l'objet de cette partie. Le modèle thermique de la MCF dans le cas de bord isotherme par morceau en présence des pertes fer est rappelé ci-dessous :

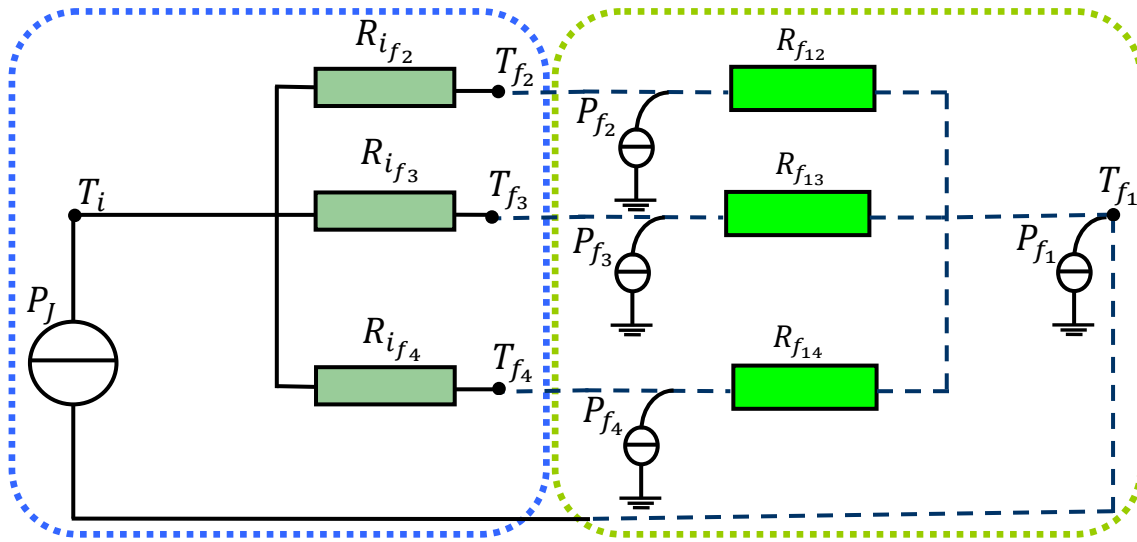


Figure. III.30. Modèle thermique équivalent de la MCF dans le cas de bord de l'encoche isotherme par morceau avec pertes fer en régime permanent

Le système d'équations III.49 permet d'identifier les coefficients α_i pour déterminer chacune des pertes fer associées aux différents nœuds du modèle. En effet, les pertes fer de chaque nœud i s'expriment en fonction des pertes fer totales par la première relation de l'équation III.53 ($P_{f_i} = \alpha_i P_f$). Les valeurs de ces coefficients dans le cas de MCF sont les suivantes :

$$\alpha_1 = 0,2575, \alpha_2 = 0,1126, \alpha_3 = 0,1075 \text{ et } \alpha_4 = 0,5224$$

Remarques :

- dans le cas où le bord de l'encoche est isotherme, les pertes fer totales apparaissent sur le schéma thermique équivalent.
- Les pertes fer sont supposées uniformément réparties sur le fer du stator de la machine.

Afin de tester les modèles thermiques de la MCF en présence des pertes fer, différentes valeurs des pertes fer sont considérées dans les modèles. La figure III.31 présente les résultats de simulation des modèles comparés aux EF en régime permanent :

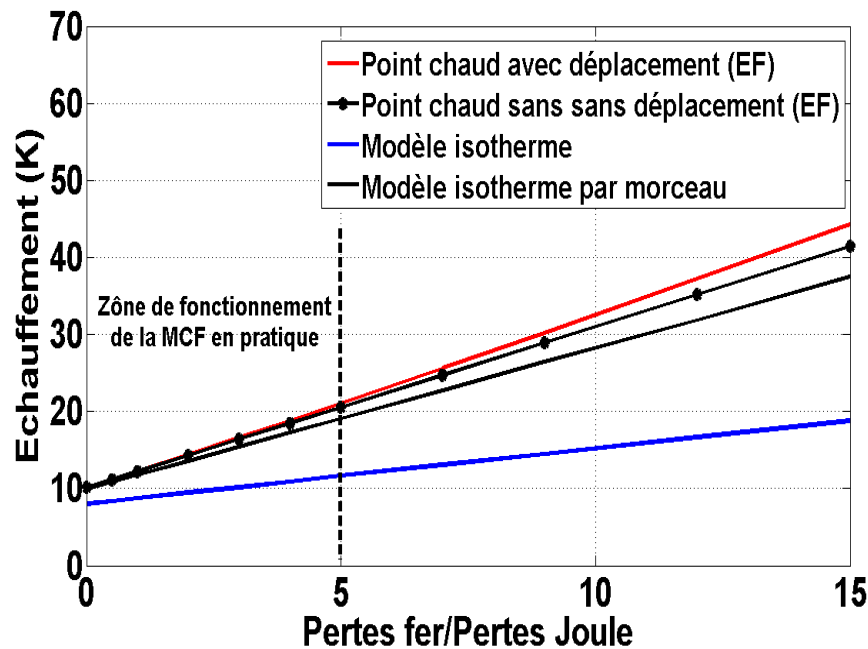


Figure. III.31. Comparaison des modèles thermiques de la MCF en présence des pertes fer en régime statique

Les résultats de simulation montrent que l'échauffement du point chaud augmente avec l'addition des pertes fer dans les modèles thermiques. Les résultats obtenus avec le modèle isotherme par morceau sont plus proches du modèle éléments finis pour le calcul de la valeur du point chaud. Les résultats montrent que l'écart entre les modèles thermiques équivalents et les éléments finis augmente avec l'augmentation des pertes fer. Pour des pertes fer inférieures à 5 fois les pertes Joule (cas pratiques du fonctionnement de la MCF), l'écart relatif entre le calcul éléments finis et le modèle isotherme par morceau ne dépasse pas 5%. Cet écart est d'environ 16% pour des pertes fer 15 fois supérieures aux pertes Joule. Les résultats montrent alors que le modèle devient moins précis pour des pertes fer très élevées. En effet, la variation des pertes fer entraîne dans ce cas le déplacement de la position du point chaud. L'augmentation des pertes fer vis-à-vis des pertes Joule entraîne le point chaud vers le fer statorique. Rappelons que le modèle de l'encoche relatif au point chaud a été obtenu séparément du modèle de fer et donc sans considérer les pertes fer. L'association des deux modèles encoche et fer fournit de bons résultats en absence des pertes fer ou pour des valeurs moins fortes des pertes fer.

III.7 Conclusion

Une méthode permettant de déterminer des modèles thermiques équivalents en se basant sur la FIT a été exposée dans ce chapitre. Après avoir présenté les principes de la discrétisation de la géométrie et des opérateurs mathématiques, les équations thermiques ont été mises sous forme d'équations matricielles. Les paramètres thermiques ont alors été déduits de ces équations, permettant d'obtenir des modèles thermiques équivalents de l'encoche. Nous avons montré qu'il est possible d'écrire un modèle thermique équivalent du premier ordre pour calculer une température désirée, en particulier la température maximale. La

méthode a été utilisée en considérant deux hypothèses sur le bord de l'encoche. Dans un premier temps le bord de l'encoche a été supposé isotherme, permettant d'obtenir un modèle thermique équivalent simple. Dans un second temps, il a été montré qu'il est possible d'obtenir un modèle thermique équivalent de l'encoche en supposant le bord de l'encoche isotherme par morceau. Dans les deux cas, chaque nœud de l'encoche est lié aux nœuds du bord de l'encoche par une résistance thermique équivalente en lui attribuant une capacité thermique équivalente. Les capacités thermiques associées à chaque nœud sont déterminées à partir de la matrice couplée qui lie les équations différentielles des différentes températures. Leur valeur peut être calculée en choisissant la valeur maximale des valeurs propres de la matrice couplée comme constante de temps du système.

Afin d'obtenir un modèle thermique incluant le fer statorique, les paramètres thermiques du modèle du fer statorique ont été déterminés dans les deux cas d'isotherme et d'isotherme par morceau du bord de l'encoche. En se basant sur la discrétisation des équations de la chaleur par la FIT, les pertes fer associées aux nœuds des bords isothermes ont été incluses dans les deux modèles thermiques. Les deux modèles de l'encoche et du fer déterminés séparément ont alors été associés.

Les deux modèles thermiques isotherme et isotherme par morceau ont ensuite été comparés aux calculs réalisés par éléments finis pour deux cas de formes géométriques de l'encoche. En simulant le modèle de l'encoche seule, les résultats obtenus ont montré que le modèle fournit une bonne précision sur l'évolution temporelle de la température maximale dans le cas où la capacité thermique équivalente est déterminée avec notre méthode. Le résultat a été constaté pour les deux formes géométriques de l'encoche. Les résultats de simulation de l'encoche avec fer statorique ont montré que le modèle isotherme par morceau est plus précis sur la détermination de la valeur du point chaud. Dans le cas d'encoche de géométrie simple, le modèle isotherme par morceau fournit des résultats satisfaisants. Dans le cas d'une géométrie plus complexe, le modèle avec l'hypothèse du bord isotherme semble inadéquat pour le calcul du point chaud. Ceci permet de conclure que pour des géométries relativement simples, le modèle isotherme semble suffisant. Pour des géométries complexes, le recours aux modèles isotherme par morceau semble inévitable indispensable.

Une étude sur l'influence de nombre de nœuds du maillage sur les paramètres thermiques du modèle a été réalisée. L'étude a montré que la résistance thermique maximale et la capacité thermique équivalente correspondant au point chaud sont moins sensibles au raffinement du maillage que la résistance thermique moyenne. Pour augmenter la précision de la résistance thermique moyenne, une discrétisation plus fine semble nécessaire.

Dans la dernière partie, les pertes fer ont été déterminées pour la machine à commutation de flux et incluses dans les modèles thermiques équivalents. Les résultats obtenus ont montré que le modèle isotherme par morceau permet la prédiction de la valeur du point chaud pour des pertes fer non excessives (inférieures à 10 fois les pertes Joule). Pour de fortes valeurs des pertes fer, le point chaud peut se déplacer ce qui complique la détermination sa valeur.

III.8 Bibliographie

- [III.1] P. Gnacinski, " Windings Temperature and loss of life of an induction machine under voltage unbalance combined with over-or undervoltages", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 23, No.2, 2008.
- [III.2] J. Nerg, M. Rilla and J. Pyrhönen, "Thermal analysis of radial-flux electrical machines with a high power density", IEEE Trans. On Industrial Electronics, Vol. 55, No.10, 2008.
- [III.3] J. Fouladgar and E. Chauveau, "The influence of the harmonics on the temperature of electrical machines", IEEE Trans. On Magnetics, Vol. 41, No.5, 2005.
- [III.4] J. Faiz, B. Ganji, C .E Castensen, K. A. Kasper and R. W De Doncker, "Temperature rise analysis of switched reluctance motors due to electromagnetic losses", IEEE Trans. On Magnetics, Vol. 45, No.7, 2009.
- [III.5] A. M. E. C. harris, T. M. Jahns and K. M. Rahman, "Thermal analysis of multibarrier interior PM synchronous machine using lumped parameter model", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 19, No.2, 2004.
- [III.6] O. I. Okoro, "Steady and transient states thermal analysis of 7.5 KW squirrel-cage induction machine at rated-load operation", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 20, No.4, 2005.
- [III.7] J-F. Trigeol, Y. Bertin and P. Lagonotte, "Thermal modeling of an induction machine through the association of two numerical approaches", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 21, No.2, 2006.
- [III.8] H. Rouhani, J. Faiz et C. Lucas, "Thermal modeling of an induction machine through the association of two numerical approaches", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 21, No.2, 2006.
- [III.9] Weiland, T., "A discretization method for the solution of Maxwell's equations for six-component fields," Electronics and Communications AE " U, Vol. 31, No. 3, 116–120, 1977
- [III.10] M. Clemens, E. Gjonaj, P. Pinder, T. Weiland, "Numerical Simulation of Coupled Transient Thermal and Electromagnetic Fields with the Finite Integration Method", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 36, no. 4, pp. 1448-1452, 2000.
- [III.11] J. Korecki, "Contribution à la modélisation 3D des systèmes électromagnétiques basse fréquence à l'aide de la méthode d'intégration finie (FIT) ", thèse de doctorat à l'université de Lille 1, 2009.
- [III.12] A. Bossavit, "The Galerkin hodge", J. Japan Soc. Appl. Electromagn. vol. 8, pp. 203-209, 2000.
- [III.13] G. Albertier "Utilisation de la notion de maillage dual pour le calcul de champs ", stage de 3eme année d'ingénieur, Polytech'Lille, 2001-2002.
- [III.14] G. Parent "Utilisation de la notion de maillage dual pour le calcul de champs : la Cell-

Method", stage de DEA à l'université de Lille 1, 2003-2004.

[III.15] A. Lefevre, " Contribution à la modélisation électrique, électromagnétique et thermique des transformateurs. Application à l'étude de l'échauffement sur charges non linéaires ", thèse de doctorat à l'université de Nantes, Spécialité : Electronique et génie électrique Ecole polytechnique, 2006.

[III.16] E. Chauveau, "Contribution au calcul électromagnétique et thermique des machines électriques – Application à l'étude de l'influence des harmoniques sur l'échauffement des moteurs asynchrones", thèse de doctorat à l'université de Nantes, Spécialité : Electronique et Génie Electrique, 2001.

[III.17] D. Trichet, "Contribution à la modélisation, à la conception et au développement du chauffage par induction des matériaux composites", thèse de doctorat à l'université Saint Nazaire, Spécialité: Electronique et Génie Electrique, 2000.

[III.18] A. Ahmad, "Contribution à la modélisation des transformateurs de puissance et de leur comportement en haute fréquence", thèse de doctorat à l'école centrale de Lyon, Spécialité : Génie Electrique, 1992.

[III.19] A. Fasquelle " Contribution à la modélisation multi-physique électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction", thèse de doctorat à l'école centrale de Lille, Spécialité : Génie Electrique, 2007.

[III.20] G. Bousaleh, "Etude et Simulation du Comportement du Transformateur en Haute Fréquence", thèse de doctorat à l'école central d Lyon, Spécialité : Electrotechnique, 1989.

[III.21] A. Chentouf, "Contribution à la modélisation électrique magnétique et thermique d'un applicateur de plasma inductif haute fréquence", thèse de doctorat à l'université de Nantes, Spécialité : Dynamique des Fluides et des Transferts, 1994.

[III.22] Y. Bertin, Analyse des transferts de chaleur dans un moteur électrique asynchrone - développement d'un environnement C.A.O. et modélisations thermo aérauliques, thèse de doctorat de l'université de Poitiers, 1987.

[III.23] S. Thieblin, Analyse et modélisation du comportement thermique d'un moteur électrique soumis à des régimes de charge et de vitesse variables. Application au moteur de traction d'un véhicule électrique, thèse de doctorat de l'université de Poitiers, 1997.

[III.24] E. Hoang, "Etude, modélisation et mesure des pertes magnétiques dans les moteurs à réluctance variable à double saillance", thèse de doctorat à l'école normale supérieure de Cachan. Spécialité : Electrotechnique, 1995.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Lors de l'analyse thermique des machines électriques, il est intéressant de pouvoir simplifier les modèles thermiques complets et ainsi de réduire le temps de calcul des simulations. Certains éléments des machines électriques nécessitent une attention particulière : la représentation du bobinage compte tenu de sa constitution présente une difficulté majeure lors de la modélisation du stator. Les techniques d'homogénéisation sont alors une solution utilisable pour déterminer les propriétés thermiques équivalentes du bobinage.

Le but de notre travail était d'étudier les différentes configurations des conducteurs dans l'encoche en vue de comparer les techniques d'homogénéisation semi analytiques au cas des bobinages. Ceci doit permettre ensuite de développer des modèles thermiques équivalents d'une encoche statorique, permettant de déterminer une température désirée, en particulier la valeur du point chaud.

Dans un premier temps, une étude bibliographique sur le comportement magnétique des alliages ferromagnétiques en fonction de la température a été menée. Cette étude nous a permis de faire une synthèse sur l'influence de la température sur les caractéristiques des alliages ferromagnétiques utilisés dans les tôles des machines électriques. Il a été montré que les alliages fer-cobalt peuvent être adaptés aux contraintes thermiques en comparaison des autres alliages. Ces alliages présentent une meilleure stabilité de leurs propriétés magnétiques pour des températures élevées.

Dans un second temps, le bobinage a été remplacé par un seul matériau homogène équivalent en utilisant plusieurs techniques d'homogénéisation. Trois répartitions des conducteurs dans l'encoche ont été étudiées : carré, quinconce et aléatoire. Dans le cas où l'effet de structure n'est pas pris en compte pour déterminer la conductivité thermique équivalente, des solutions semi-analytiques sont proposées pour les trois répartitions. Pour une répartition aléatoire, il a été montré par EF que la conductivité thermique équivalente peut être obtenue correctement avec l'estimation de Milton. La comparaison des différentes répartitions du point vue thermique a montré que la conductivité thermique équivalente est plus importante en valeur moyenne dans le cas des microstructures aléatoires. Dans le cas d'un milieu hétérogène composé de trois phases, nous avons montré que la prise en compte de la conductivité thermique de l'isolant des conducteurs (vernis) n'est pas nécessaire dans la détermination de la conductivité thermique équivalente du bobinage. Par la suite, l'étude a été menée en considérant l'effet de forme pour des cas proches des configurations réelles des bobinages. L'homogénéisation obtenue dans ce cas à partir de la méthode des EF a été testée dans les trois cas de répartitions, les résultats obtenus montrent que la prédiction du niveau d'échauffement en particulier pour de fortes valeurs du taux de remplissage est satisfaisante. Dans le cas de la répartition aléatoire, la distribution des conducteurs dans l'encoche influence la carte de température et par conséquent la valeur et le placement du point chaud. La comparaison des niveaux d'échauffements des trois répartitions (températures maximales et moyennes) a montré qu'une répartition aléatoire des conducteurs dans l'encoche peut conduire à une configuration plus favorable en termes d'évacuation de la chaleur. Pour terminer la partie d'homogénéisation et répartition des conducteurs dans l'encoche, une étude de l'influence de leurs dimensions géométriques sur la conductivité effective et les températures du bobinage a été réalisée. Pour un taux de remplissage fixe en considérant une répartition aléatoire des conducteurs dans l'encoche, nous avons varié les rayons des

conducteurs dans deux cas de formes géométriques des conducteurs (ronds et carrés). Les résultats EF ont montré que la variation du rayon des conducteurs influence peu la valeur moyenne de la conductivité effective du bobinage. Cependant les rayons des conducteurs influencent les valeurs moyennes des températures maximales et moyennes du bobinage. Dans les deux cas de formes géométriques des conducteurs, les valeurs moyennes des températures augmentent avec la valeur du rayon confirmant des études expérimentales existantes. Par conséquent, la solution avec de faibles rayons de bobinage semble être la plus adéquate pour évacuer au mieux la chaleur.

Dans la dernière partie de ce travail, nous avons proposé une méthode permettant de déterminer des modèles thermiques équivalents. Nous avons montré que la méthode numérique FIT permettait une identification naturelle des grandeurs du schéma thermique. En se basant sur la méthode FIT, les équations thermiques ont été mises sous forme d'équations matricielles. Les paramètres thermiques ont alors été déduits de ces équations, permettant d'obtenir des modèles thermiques équivalents de l'encoche. Deux hypothèses sur le bord de l'encoche ont été considérées pour l'élaboration des modèles thermiques équivalents. En effet, dans un premier temps le bord de l'encoche a été supposé isotherme. Ensuite, nous avons montré qu'il est possible d'obtenir un modèle thermique équivalent plus approprié de l'encoche en supposant le bord de l'encoche isotherme par morceaux. L'avantage du cas du bord de l'encoche isotherme est l'extrême simplicité du modèle qui ne contient que peu d'éléments thermiques. Afin d'obtenir un modèle thermique incluant le fer statorique, les paramètres thermiques du modèle du fer statorique ont alors été déterminés en utilisant aussi la méthode FIT dans les deux cas d'isotherme et d'isotherme par morceaux.

Deux structures de l'encoche statoriques sont considérées pour déterminer les deux modèles, un logiciel d'éléments finis a été utilisé pour la validation des modèles. D'abord le modèle thermique équivalent a été testé dans le cas d'une encoche sans fer statorique. Les résultats de simulation obtenus ont montré que le modèle fournit une bonne précision sur l'évolution temporelle de la température maximale dans le cas où la capacité thermique équivalente est déduite de la méthode proposée dans ce travail. Le résultat a été vérifié pour les deux formes géométriques de l'encoche. En associant les modèles de l'encoche et du fer statorique, les résultats ont montré que le modèle isotherme par morceaux est plus précis sur la détermination de la valeur du point chaud. Nous avons montré que pour des géométries relativement simples, le modèle isotherme peut être utilisé. Pour des géométries complexes, le recours aux modèles isotherme par morceaux semble préférable.

Une étude sur l'influence de nombre de nœuds sur les paramètres thermiques du modèle a été réalisée. L'étude a montré que la résistance thermique maximale et la capacité thermique équivalente correspondant au point chaud sont moins sensibles au raffinement du maillage que la résistance thermique moyenne. Une discrétisation plus fine semble en effet nécessaire pour améliorer la précision de la résistance thermique moyenne.

Enfin, les pertes fer ont été calculées pour la machine à commutation de flux et intégrées dans le modèle thermique équivalent. Les résultats obtenus ont montré que le modèle isotherme par morceaux permet la prédiction de la valeur du point chaud pour des pertes fer non excessives.

Les perspectives de ce travail peuvent être résumées ici de la manière suivante :

L'étude thermique des différentes répartitions des conducteurs dans l'encoche a montré que la valeur du point chaud dépend de plusieurs facteurs, à savoir : la distribution des conducteurs dans l'encoche, le taux de remplissage et la forme géométrique des conducteurs. Pour poursuivre le travail, une étude de la répartition de la densité du courant en régime

harmonique serait intéressante pour étudier son influence sur la valeur du point chaud. En effet, à fréquence plus élevée la densité de courant n'est plus uniforme sur la section des conducteurs mais elle se localise dans la zone associée à l'épaisseur de peau.

Dans le cas des pertes fer trop élevées par rapport aux pertes Joule, le point chaud peut se déplacer dans le fer statorique. Le modèle thermique équivalent du stator développé dans ce travail correspond au point chaud qui est supposé dans l'encoche. Une extension du modèle proposé ne permettrait pas de prédire le point chaud dans ces conditions. Le développement du modèle doit être encore poursuivi dans cette perspective.

La mise sous forme matricielle des équations de la chaleur en régime transitoire ne permet pas de faire apparaître naturellement les capacités thermiques. En effet, un terme supplémentaire présentant le couplage de toutes les températures s'ajoute dans le système matriciel et complique la détermination de ces capacités thermiques. Une perspective de notre travail concerne donc la poursuite du développement du modèle du fer statorique en régime transitoire afin d'extraire les valeurs des capacités thermiques.

Annexes

Annexe A

Résultats de simulation obtenus dans le cas des taux de remplissage de 50 et 60%

L'influence des rayons des conducteurs sur la conductivité effective et les températures maximales et moyennes du bobinage fait l'objet de cette annexe dans le cas des taux de remplissage 50 et 60%. Pour un taux de remplissage fixé la conductivité effective et les différentes températures sont déterminées en faisant varier la valeur du rayon ou de l'arête des conducteurs. L'étude concerne deux formes géométriques des conducteurs : ronds et carrés.

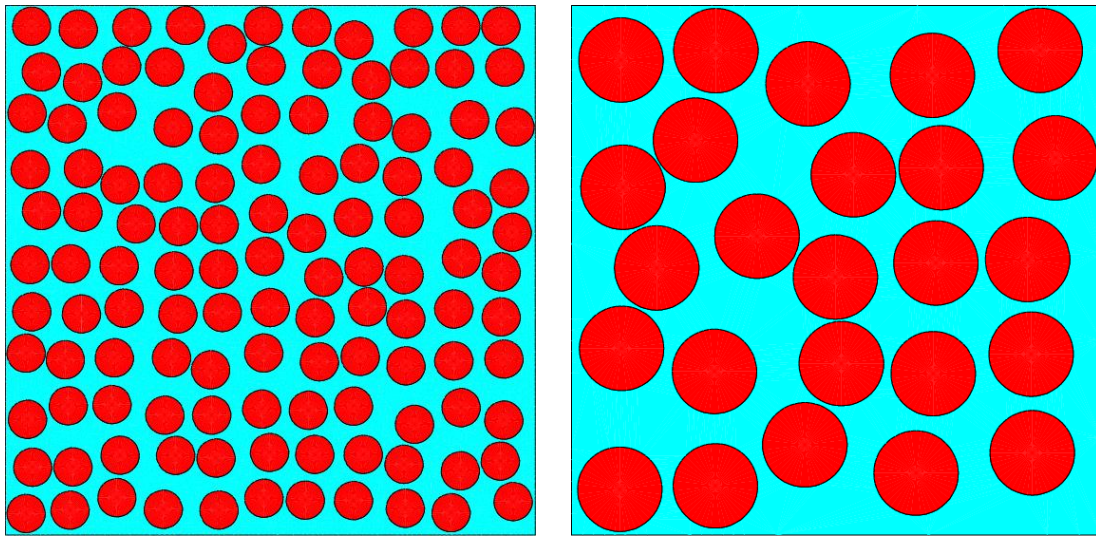


Figure A.1. Exemples des répartitions aléatoires des conducteurs pour des rayons de 0,3 et 0,7 mm respectivement

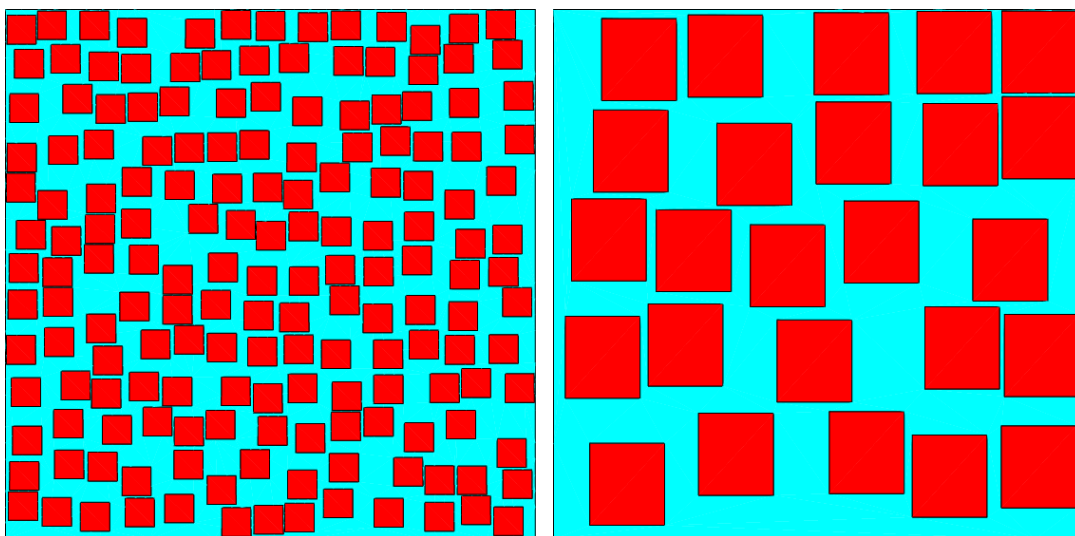


Figure A.2. Exemples des répartitions aléatoires des conducteurs carrés pour des arrêtes de 0,3 et 0,7 mm respectivement

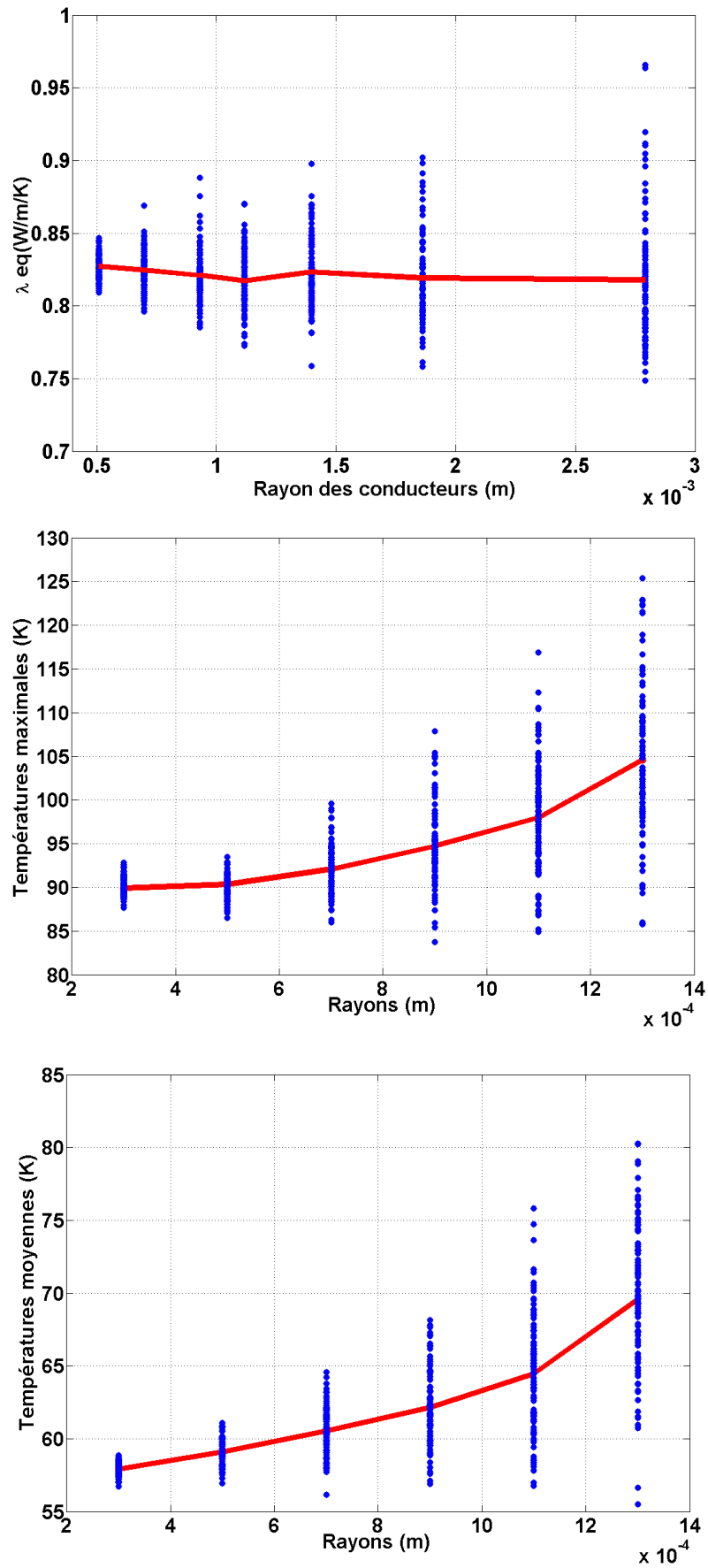


Figure A.3. Conductivités thermiques équivalentes et températures du bobinage dans le cas des conducteurs ronds pour un taux de remplissage de 50%

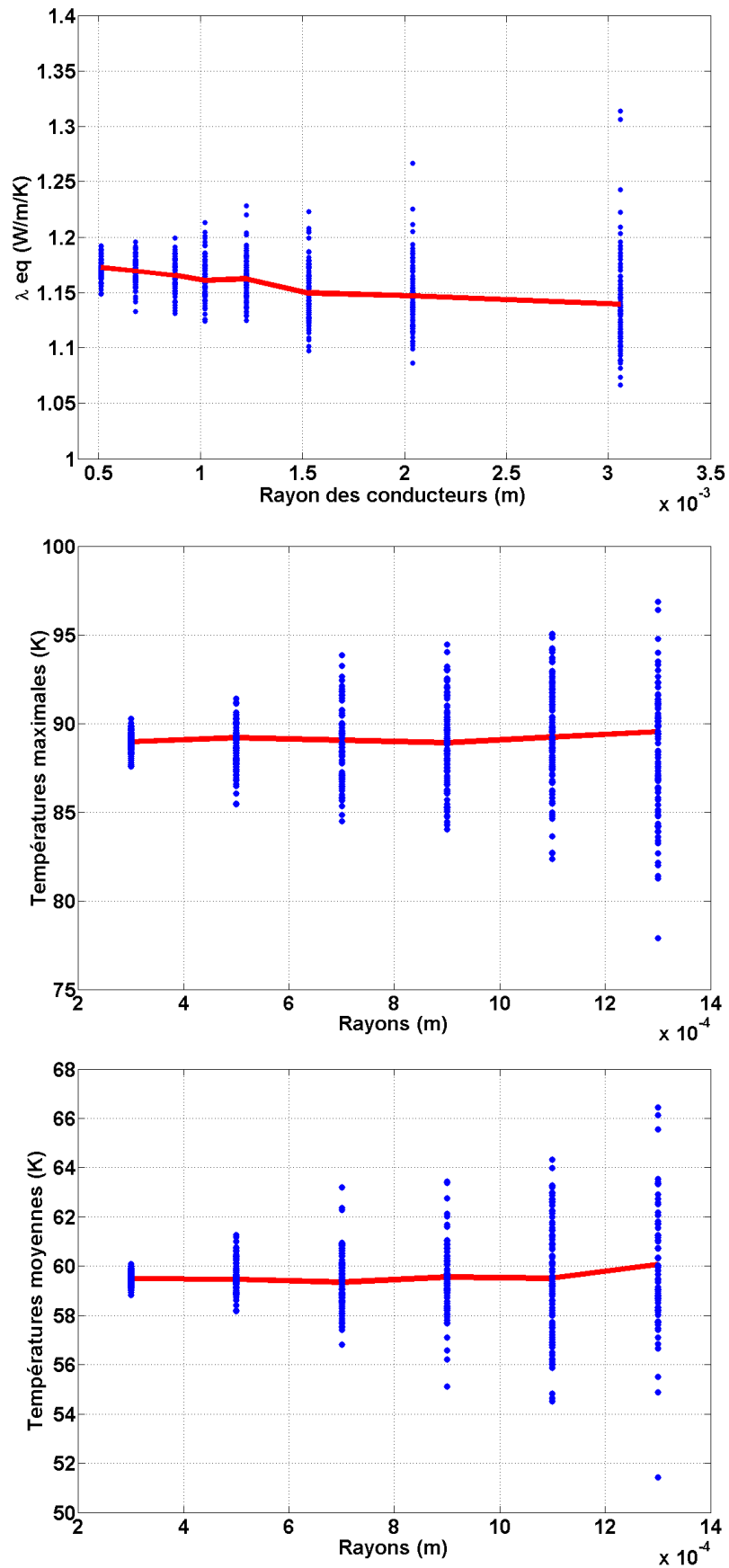


Figure A.4. Conductivités thermiques équivalentes et températures du bobinage dans le cas des conducteurs ronds pour un taux de remplissage de 60%

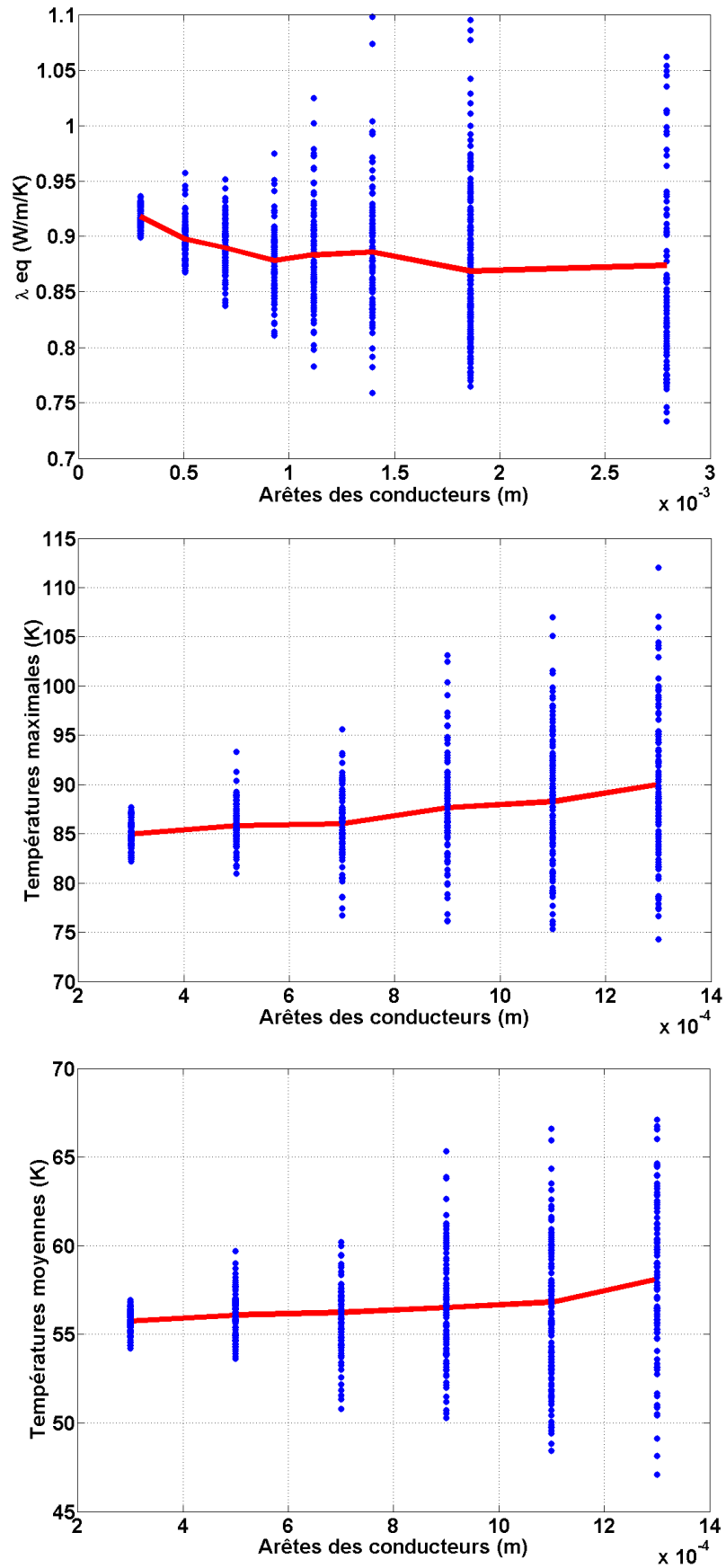


Figure A.5. Conductivités thermiques équivalentes et températures du bobinage dans le cas des conducteurs carrés pour un taux de remplissage de 50%

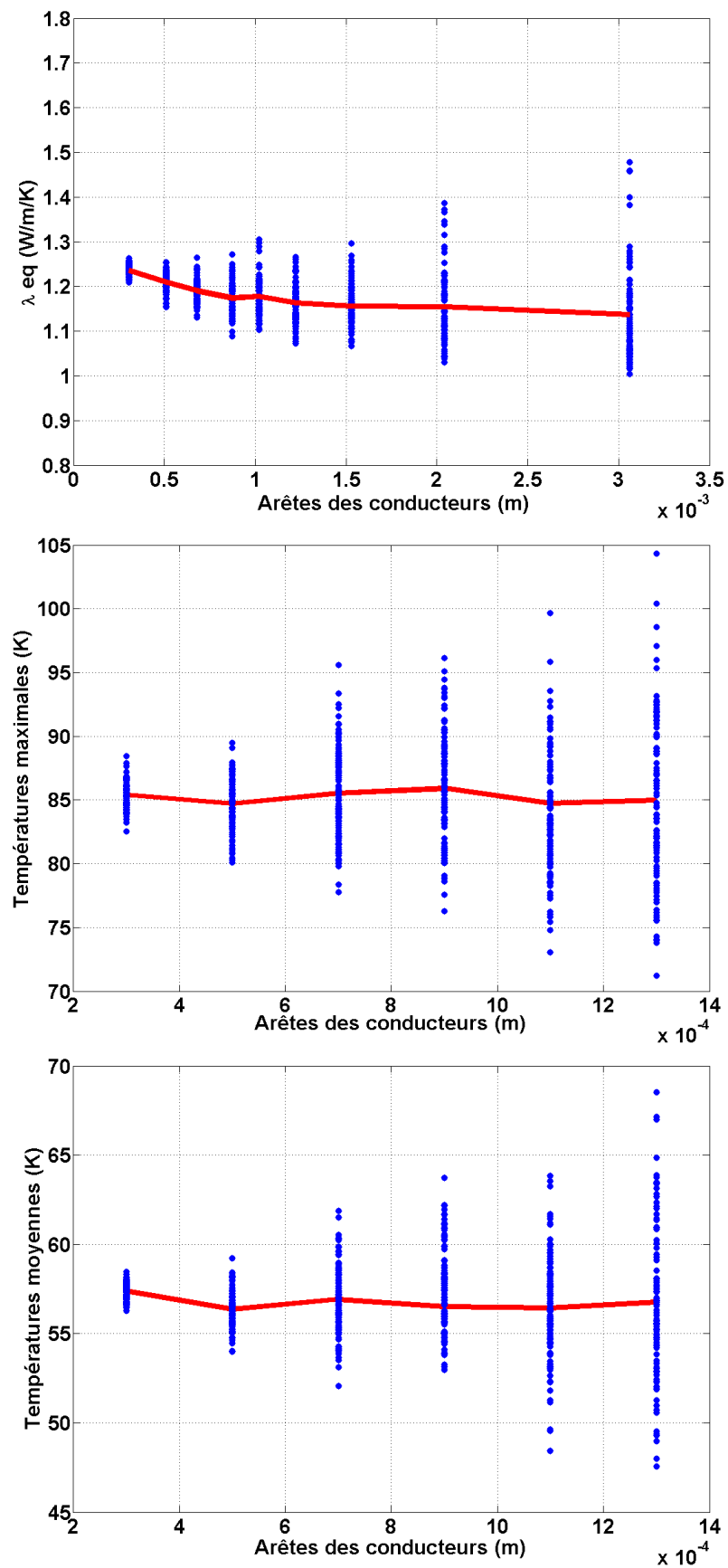


Figure A.6. Conductivités thermiques équivalentes et températures du bobinage dans le cas des conducteurs carrés pour un taux de remplissage de 60%

Annexe B

Démonstration de la propriété du produit matriciel $A_e^{-1} \cdot A_f$

Dans le cas du problème considérant l'hypothèse isotherme sur le bord de l'encoche, le produit matriciel de $A_e^{-1} \cdot A_f$ donne un vecteur I dont les éléments sont tous égaux à -1. Cette annexe présente la démonstration de cette propriété :

Nous rappelons le système d'équations (III.15) écrit en régime statique :

$$-\tilde{D}M_\lambda\tilde{D}^t \cdot T + P = 0 \quad (\text{B.1})$$

L'équation (B.1) peut s'écrire avec l'opérateur gradient en utilisant la propriété d'incidence $G = -\tilde{D}^t$:

$$-G^t M_\lambda G \cdot T + P = 0 \quad (\text{B.2})$$

Le vecteur des températures T contient un vecteur des températures inconnues T_i mais aussi la température supposée connue T_f qui est la température du bord de l'encoche. De même, le vecteur de puissance et la matrice divergence sont décomposés en deux parties :

$$T = \begin{pmatrix} T_i \\ T_0 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} P_i \\ P_f \end{pmatrix}, G = (G_i | G_f) \quad (\text{B.3})$$

T_0 est le vecteur des températures connues, qui s'écrit :

$$T_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_f T_f \quad (\text{B.4})$$

T_f est un scalaire

L'équation (B.2) peut s'écrire alors :

$$-G^t M_\lambda G \cdot T + P = -\begin{pmatrix} G_i^t \\ G_f^t \end{pmatrix} M_\lambda (G_i | G_f) \cdot \begin{pmatrix} T_i \\ T_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_i \\ P_f \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{B.5})$$

En développant le produit en forme de sous matrice :

$$-G^t M_\lambda G \cdot T + P = -\begin{pmatrix} G_i^t M_\lambda G_i & G_i^t M_\lambda G_f \\ G_f^t M_\lambda G_i & G_f^t M_\lambda G_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_i \\ T_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_i \\ P_f \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{B.6})$$

Du fait que le vecteur des températures T_0 est supposé connu, l'équation (B.6) est réduite à la première ligne :

$$-G_i^t M_\lambda G_i \cdot T_i - G_i^t M_\lambda G_f \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_f \cdot T_f + P_i = 0 \quad (\text{B.7})$$

Rappelons les expressions des matrices A_e et A_f :

$$A_e = G_i^t M_\lambda G_i, A_f = G_i^t M_\lambda G_f \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_f \quad (\text{B.8})$$

Notons que la somme des termes d'une ligne de la matrice des gradients est nulle :

$$\sum_{n=1}^N g_{a,n} = 0 \quad (\text{B.9})$$

N étant le nombre de nœud total

En introduisant les nœuds i des températures inconnues et des nœuds f des températures connues :

$$\sum_{n \in i} g_{a,n} + \sum_{n \in f} g_{a,n} = 0 \quad (\text{B.10})$$

En conséquence :

$$\sum_{n \in i} g_{a,n} = - \sum_{n \in f} g_{a,n} \quad (\text{B.11})$$

On peut écrire l'équation (B.11) sous la forme suivante pour toutes les arêtes :

$$G_i \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_i = -G_f \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_f \quad (\text{B.12})$$

La matrice A_f peut alors s'écrire, en utilisant l'égalité (B.12), de la manière suivante :

$$A_f = -G_i^t M_\lambda G_i \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_i \quad (\text{B.13})$$

Le produit matriciel $A_e^{-1} \cdot A_f$ s'écrit alors :

$$A_e^{-1} \cdot A_f = -(G_i^t M_\lambda G_i)^{-1} (G_i^t M_\lambda G_i) \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_i \quad (\text{B.14})$$

Ce qui conduit au résultat final :

$$A_e^{-1} \cdot A_f = \begin{pmatrix} -1 \\ \vdots \\ -1 \end{pmatrix}_i \quad (\text{B.15})$$

Annexe C

Modèle thermique équivalent du fer statorique dans le cas considérant le bord de l'encoche isotherme

L'objectif de cette annexe est de montrer que le schéma obtenu pour cette hypothèse peut se ramener à un schéma plus classiquement utilisé pour l'étude des problèmes thermiques en régime statique.

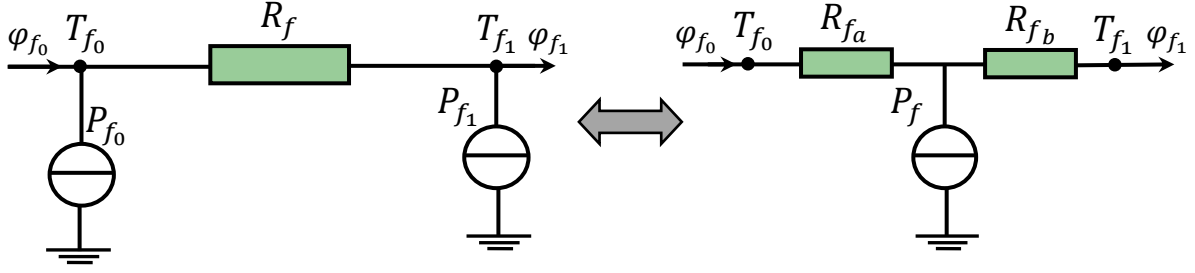


Figure. C.1. Modèles thermiques équivalents du fer statorique dans le cas du bord de l'encoche isotherme

Nous rappelons les expressions des sources de chaleur du premier schéma :

$$\begin{cases} P_{f1} = \alpha_1 P_f \\ P_{f0} = \alpha_0 P_f \end{cases} \quad (C.1)$$

P_{f0} représente la source de chaleur associée au bord de l'encoche ce qui conduit à écrire :

$$\alpha_0 = \alpha_2 + \dots + \alpha_n \quad (C.2)$$

Le schéma de gauche permet d'écrire les équations suivantes :

$$\begin{cases} \varphi_{f0} = \alpha_0 P_f + \frac{T_{f0} - T_{f1}}{R_f} \\ \varphi_{f1} = \alpha_1 P_f + \frac{T_{f0} - T_{f1}}{R_f} \end{cases} \quad (C.3)$$

Les équations du schéma de droite sont :

$$\begin{cases} \varphi_{f0} = -\frac{R_{fb}}{R_{fa} + R_{fb}} P_f + \frac{T_{f0} - T_{f1}}{R_{fa} + R_{fb}} \\ \varphi_{f1} = \frac{R_{fa}}{R_{fa} + R_{fb}} P_f + \frac{T_{f0} - T_{f1}}{R_{fa} + R_{fb}} \end{cases} \quad (C.4)$$

La résistance R_f est donc la mise en série des résistances R_{fa} et R_{fb} :

$$R_f = R_{fa} + R_{fb} \quad (C.5)$$

Les deux systèmes d'équations (C.4) et (C.3) sont équivalents et permettent de déterminer les résistances du schéma de droite :

$$\begin{cases} R_{fa} = \alpha_1 R_f \\ R_{fb} = -\alpha_0 R_f \end{cases} \quad (C.6)$$

